Motivare
Coinvolgere
Divertire
[CON LA MATEMATICA]

DeA SCUOLA

IL GIOCO
COME ATTIVITÀ DIDATTICA STRATEGICA

Prof. Giorgio BOLONDI
Università degli Studi di Bologna

Cos'è un gioco matematico?

Una definizione classica di "gioco": *attività fisica o intellettuale che non ha altra finalità che il divertimento della persona che ci si dedica*

Detto così, ha ben poco a vedere con la matematica scolastica comunemente intesa…

UNIVERSITÀ BOCCONI- CENTRO PRISTEM

Finali italiane dei
Campionati Internazionali di Giochi Matematici

Sedicesima
Edizione Nazionale

Sabato 17 maggio 2008

CEDAM scuola | DeAGOSTINI | Ghisetti & Corvi | Petrini

2 CLAC – PRING - TOC !

Sergio, appassionato di musica e di informatica, si diverte a creare dei ritmi musicali con il computer e programma i seguenti suoni :

- un "clac", che parte regolarmente ogni 2 secondi;
- un "pring", che parte regolarmente ogni 3 secondi;
- un "toc" che parte regolarmente ogni 4 secondi.

Sergio, avviando il programma, sente immediatamente e contemporaneamente i tre suoni (ha proprio le orecchie buone !)
Dopo quanti secondi, Sergio sentirà di nuovo i tre suoni esattamente insieme ?

IL CONTESTO
L A FORMULAZIONE

LA RELAZIONE
TRA LA DOMANDA
E LA RISPOSTA

L'ATTEGGIAMENTO
DEL SOLUTORE

Le caratteristiche di un gioco matematico

- Un testo intrigante, divertente
- Una soluzione inattesa
- Una soluzione elegante
- **La possibilità di esplorare diverse strade per la soluzione**
- **La costruzione *in itinere* delle strategie risolutive**
- **La possibilità di risolverlo interagendo coi compagni**

Anno Scolastico 2009 – 2010

PROVA NAZIONALE

Prova di Matematica

Scuola Secondaria di I grado

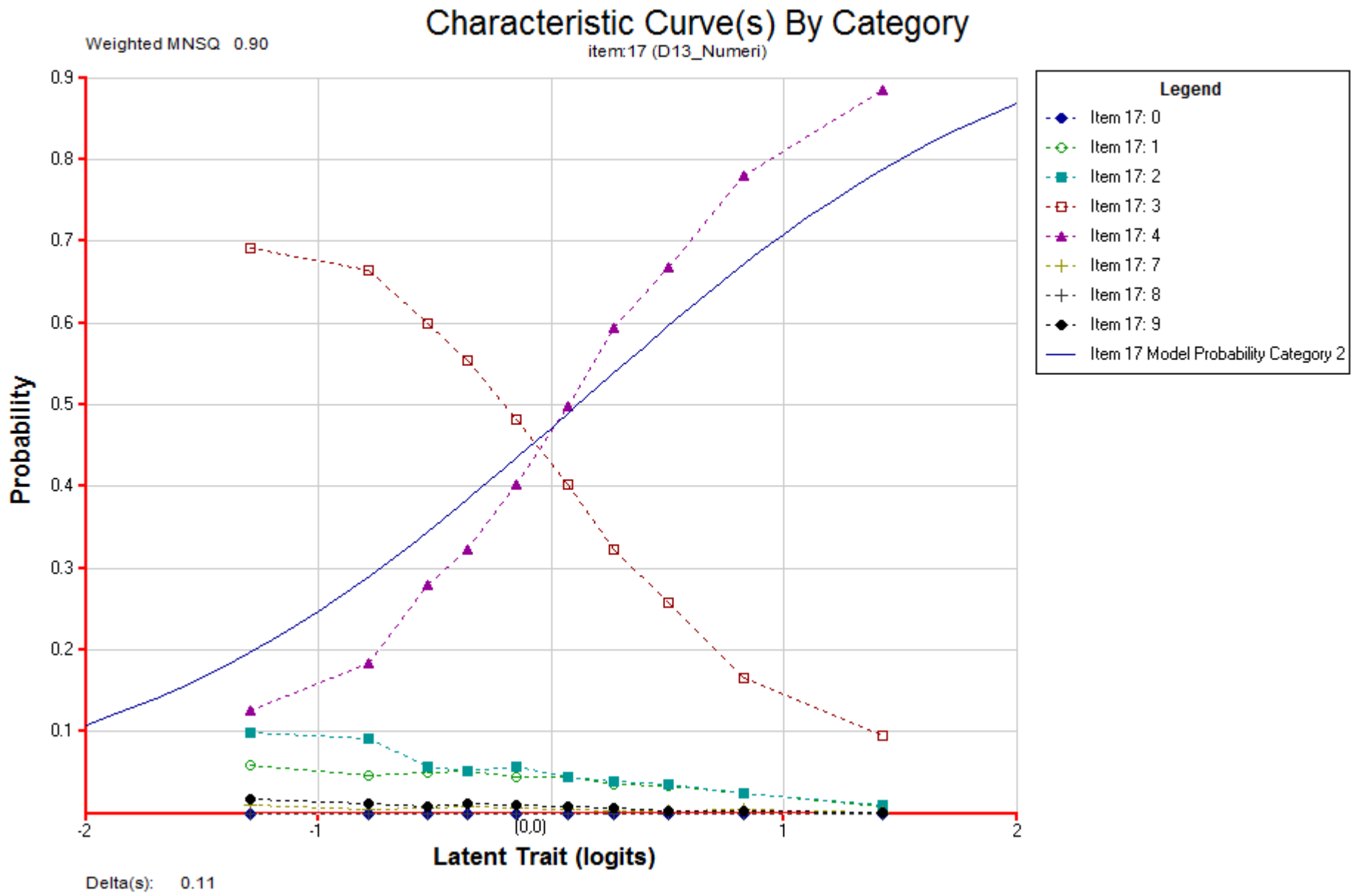
Classe Terza

CEDAM scuola | DeAGOSTINI | Ghisetti & Corvi | Petrini

D13. **Filippo si prepara per una gara di triathlon. Si allena nel nuoto ogni 3 giorni, nella corsa a piedi ogni 6 giorni e nella corsa in bicicletta ogni 8 giorni. Se oggi si è allenato in tutti e tre gli sport, tra quanti giorni gli accadrà di nuovo di allenarsi nei tre sport nella stessa giornata?**

- ☐ A. 8
- ☐ B. 12
- ☐ C. 17
- ☐ D. 24

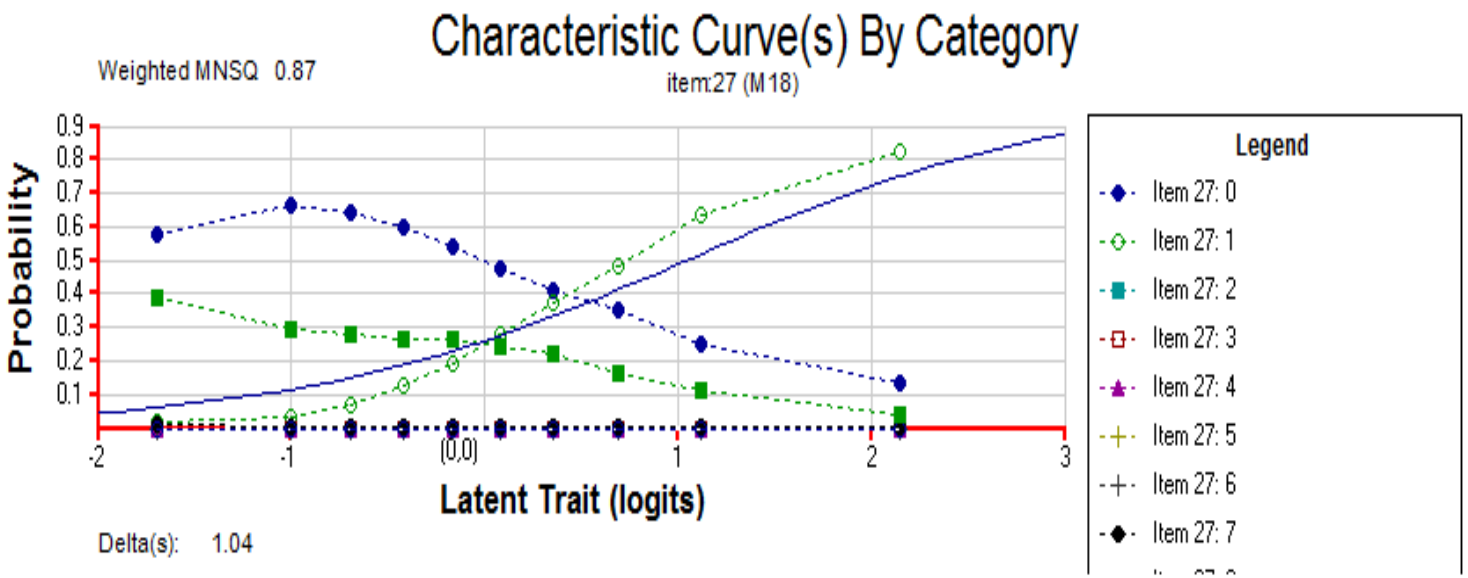
```
Item 17
-------
item:17 (D13_Numeri)
Cases for this item  25626   Discrimination  0.52
Item Threshold(s):     0.12   Weighted MNSQ   0.90
Item Delta(s):      0.11
----------------------------------------------------------------------
-------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)   PV1Avg:1 PV1
SD:1
----------------------------------------------------------------------
-------
   1       0.00     1011       3.95   -0.07   -11.54(.000) -0.26
0.65
   2       0.00     1304       5.09   -0.13   -20.77(.000) -0.39
0.69
   3       0.00    10846      42.32   -0.43   -76.15(.000) -0.36
0.64
   4       1.00    12137      47.36    0.52    98.72(.000)  0.39
0.72
   7       0.00      128       0.50   -0.03    -5.51(.000) -0.36
0.77
   9       0.00      200       0.78   -0.06    -9.39(.000) -0.45
0.73
======================================================================
```


Characteristic Curve(s) By Category
item:17 (D13_Numeri)
Weighted MNSQ 0.90
Probability
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
-2
-1
(0,0)
1
2
Latent Trait (logits)
Delta(s): 0.11
Legend
Item 17: 0
Item 17: 1
Item 17: 2
Item 17: 3
Item 17: 4
Item 17: 7
Item 17: 8
Item 17: 9
Item 17 Model Probability Category 2

D18. In un quartiere di una città, il calendario della raccolta differenziata (carta, vetro e plastica) prevede che la raccolta della carta avvenga ogni 28 giorni, quella del vetro ogni 21 giorni e quella della plastica ogni 14 giorni. Oggi sono state effettuate le raccolte di carta, vetro e plastica.

La prossima volta in cui la raccolta di carta, vetro e plastica verrà fatta contemporaneamente sarà tra ..... giorni.

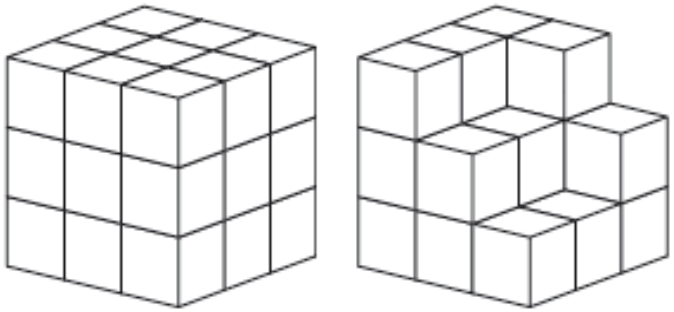
```
Item 27
-------
item:27 (M18)
Cases for this item  38533   Discrimination  0.56
Item Threshold(s):     1.05   Weighted MNSQ   0.87
Item Delta(s):      1.04
-------------------------------------------------------------
----------------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)
PV1Avg:1 PV1 SD:1
-------------------------------------------------------------
----------------
   0       0.00    18170      47.15  -0.31   -65.06(.000) -
0.30     0.80
   1       1.00    11270      29.25    0.56   134.36(.000)
0.81     0.91
   7       0.00      187       0.49  -0.05    -8.99(.000) -
0.69     0.86
   9       0.00     8906      23.11  -0.23   -46.26(.000) -
0.41     0.87
=============================================================
================
```


Characteristic Curve(s) By Category
Weighted MNSQ 0.87
item:27 (M18)
Probability
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
-2
-1
(0,0)
1
2
3
Latent Trait (logits)
Delta(s): 1.04
Legend
Item 27: 0
Item 27: 1
Item 27: 2
Item 27: 3
Item 27: 4
Item 27: 5
Item 27: 6
Item 27: 7

Kangourou Italia
Gara del 21 marzo 2013
Categoria Benjamin
Per studenti di prima o seconda della scuola secondaria di primo grado

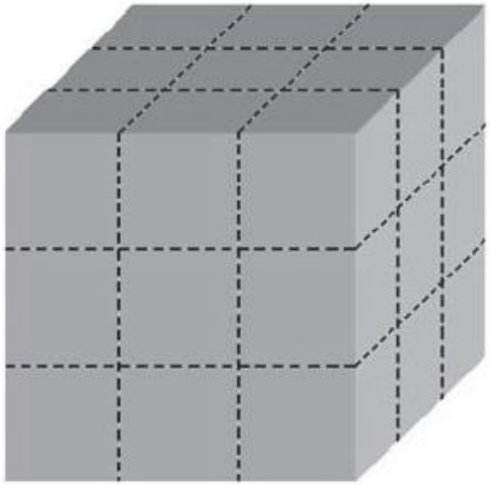
CEDAM scuola · DeAGOSTINI · Ghisetti & Corvi · Petrini

4. Natalia e Diana hanno molti cubetti, tutti uguali fra loro. Con alcuni di questi cubetti, Natalia ha costruito il cubo che vedi nella figura a sinistra. Diana vuole costruire un cubo identico a quello di Natalia, ma per ora è arrivata ad ottenere il solido che vedi nella figura a destra (i cubetti in posizioni non visibili sono già stati tutti inseriti). Quanti cubetti le mancano per completare la costruzione?



A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

D7. La superficie del cubo di legno in figura è stata completamente verniciata. Il cubo viene poi segato lungo le linee tratteggiate. Si ottengono così diversi cubetti, dei quali alcuni non hanno nessuna faccia verniciata, altri una o più facce verniciate.



Completa ora la seguente tabella.

Numero di facce verniciate	Numero di cubetti
0	
1	
2	**12**
3	

```
Item 8
------
item:8 (D7_Spazio e Figure)
Cases for this item  25626   Discrimination  0.48
Item Threshold(s):    -0.04   Weighted MNSQ   0.93
Item Delta(s):     -0.04
---------------------------------------------------------------------
-------
 Label    Score     Count   % of tot  Pt Bis     t  (p)   PV1Avg:1 PV1
SD:1
---------------------------------------------------------------------
-------
   0       0.00    11052      43.13   -0.37   -64.42(.000) -0.30
0.66
   1       1.00    12978      50.64    0.48    87.19(.000)  0.33
0.73
   7       0.00      602       2.35   -0.12   -18.79(.000) -0.53
0.65
   9       0.00      994       3.88   -0.19   -30.89(.000) -0.65
0.67
=====================================================================
```

Un legame profondo

problemi

giochi

“fare” matematica

The New York Times

It is through real-life applications that mathematics emerged in the past, has flourished for centuries and connects to our culture now.

1) LA MATEMATICA È UNA ATTIVITÀ CHE NASCE SEMPRE DA PROBLEMI

- Questi problemi possono essere *esterni* o *interni* alla disciplina

astrazione

definizione

classificazione

rappresentazione

generalizzazione

schematizzazione

dimostrazione

deduzione

verifica....

2) Si sviluppa mediante operazioni caratteristiche

3) Tende a organizzarsi in una *teoria* (formale)

- Una teoria matematica, fin dai tempi di Euclide, tende a **organizzarsi** e **strutturarsi** come un insieme di *affermazioni* che vengono *dedotte* (a partire da un insieme di *assiomi*)

4) Applica questa teoria a una classe di problemi

Famiglia di problemi in cui, spesso, il problema iniziale ha una importanza marginale

Applica i risultati di questa teoria a nuovi problemi

tende alla costruzione di una *teoria formale*

si sviluppa con una sua dinamica di operazioni

Matematica come *attività*

nasce da *problemi*

Cos'è un "problema"

- Cosa si intende per "problema" nella pratica didattica

- I "problemi fittizi"

- Problemi e esercizi

La differenza tra problema e esercizio

…non sta tanto nel testo, quanto nella relazione tra le conoscenze del ragazzo e gli strumenti necessari per la soluzione

In un problema, gli strumenti necessari (formule, concetti,…) non sono definiti a priori

Una affinità evidente…

- Tra i giochi matematici e quelli che abbiamo definito i “veri” problemi matematici

Nei vecchi programmi della scuola elementare (1985):

- Un nucleo “Porsi e risolvere problemi”
- *“Il pensiero matematico è <u>caratterizzato</u> dall’attività di risoluzione di problemi, e questo è in sintonia con la propensione del fanciullo a porre domande e a cercare risposte “*

Nei vecchi programmi della scuola media (1979)

- Tra gli obiettivi dell'insegnamento delle scienze matematiche, fisiche e naturali: <u>l'acquisizione della capacità concettuale e operativa di *porsi problemi e prospettarne soluzioni*</u>

Dalle *Indicazioni Nazionali (2012)*

La costruzione del pensiero matematico è un processo lungo e progressivo nel quale concetti, abilità, competenze e atteggiamenti vengono ritrovati, intrecciati, consolidati e sviluppati a più riprese; è un processo che comporta anche difficoltà linguistiche e che richiede un'acquisizione graduale del linguaggio matematico. Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola. Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche, rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, dedicando il tempo necessario alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, congetturando soluzioni e risultati, individuando possibili strategie risolutive. Nella scuola secondaria di primo grado si svilupperà un'attività più propriamente di matematizzazione, formalizzazione, generalizzazione. L'alunno analizza le situazioni per tradurle in termini matematici, riconosce schemi ricorrenti, stabilisce analogie con modelli noti, sceglie le azioni da compiere (operazioni, costruzioni geometriche, grafici, formalizzazioni, scrittura e risoluzione di equazioni, …) e le concatena in modo efficace al fine di produrre una risoluzione del problema. Un'attenzione particolare andrà dedicata allo sviluppo della capacità di esporre e di discutere con i compagni le soluzioni e i procedimenti seguiti.

La didattica per problemi

- Una didattica fortemente motivata:
- Non solo è più efficace
- Ma, soprattutto, un insegnamento della matematica *centrato sui problemi*, è la modalità più coerente con gli obiettivi dell'educazione matematica.

- Tutte queste dinamiche le ritroviamo nei giochi matematici

Per tutte le discipline il gioco
può avere una funzione *TATTICA*

In matematica ha una importante funzione *strategica*

Riprendiamo il discorso sui problemi:

- *porsi e risolvere problemi* significa impegnarsi in un compito per il quale la “soluzione” non è nota in precedenza (per chi si trova di fronte alla situazione problematica)

Porsi un problema vuol dire

- comprendere la situazione descritta, esplorare le cause e la sorgente degli eventi interessati, assimilare i dati e le conoscenze ad essi associate, chiedersi quali siano le“conseguenze” della situazione, così come è descritta ed in caso di modifiche, sia aggiuntive sia solo interpretative, individuare gli elementi significativi

Risolvere un problema richiede:

- dar fondo alle proprie risorse,
- cimentarsi in campo aperto, esplorando fra le conoscenze possedute alla ricerca di quelle utili allo scopo del momento,
- incontrare situazioni che richiedono nuove conoscenze o capacità
- variare i modi di utilizzare le conoscenze,
- compenetrare le conoscenze,
- discernere fra dati significativi (alla strategia risolutiva) e dati ridondanti,
- individuare eventuali dati mancanti e necessari al lavoro,
- controllare il processo risolutivo in riferimento all'obiettivo da raggiungere ed alla validità del prodotto ottenibile.

Tutte queste cose,

senza rumore,

le ritroviamo nei giochi

Una attività strategica anche per l'insegnante

Un modo per conoscere i ragazzi

- *Ci servono per imparare a osservare i ragazzi.* Guardando come operano, come scelgono, possiamo conoscere molte cose sul loro modo di ragionare e di utilizzare le nozioni e le abilità che abbiamo cercato di far acquisire a scuola, nonché di far ricorso all'esperienza extrascolastica.

In altre parole, ci aiutano a fotografare i loro "processi", e non solo i loro risultati.

Questo ci permette di meglio calibrare l'insegnamento, e di costruire percorsi didattici adeguati a ciascun alunno.

- Possiamo osservare *in azione* i processi cognitivi dei ragazzi

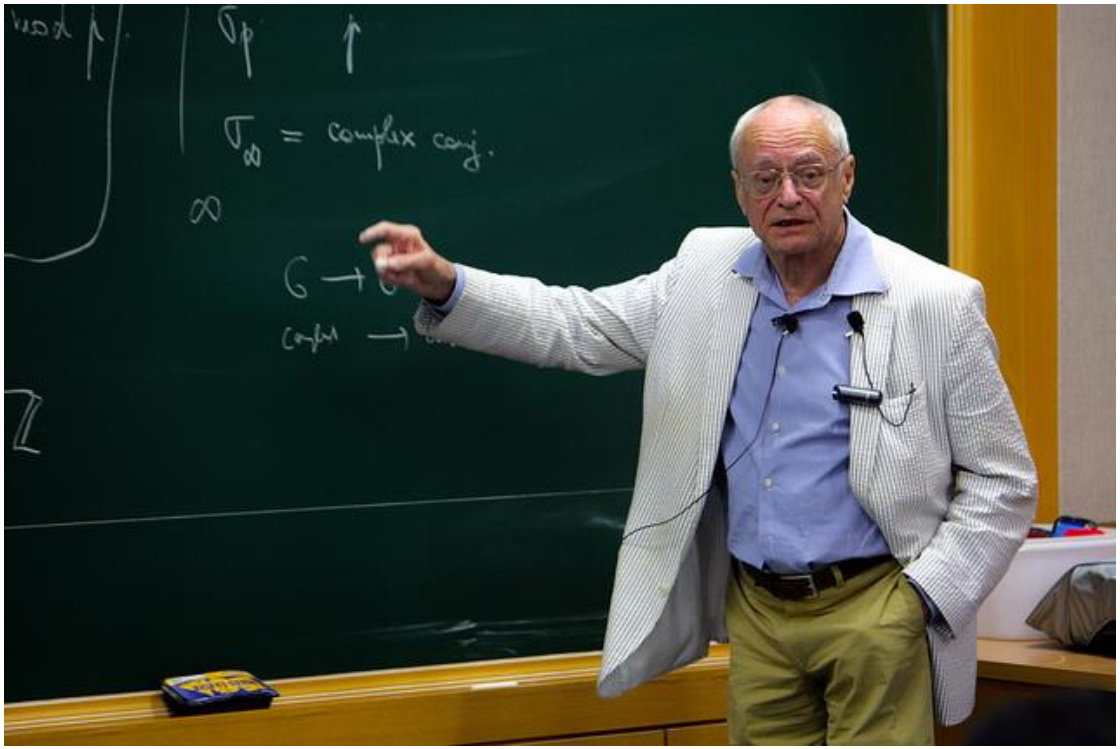
- (in particolare, come mettono in atto le procedure tipiche del pensiero matematico)

Osservare i ragazzi durante i giochi

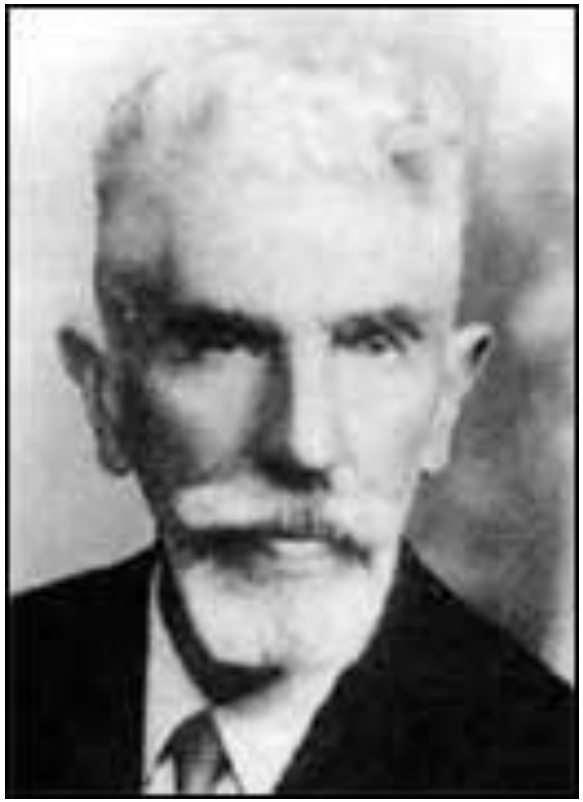
- *quali informazioni sui ragazzi, sui loro processi e sul loro modo di fare matematica l'insegnante può ricavare da una attività di giochi matematici*

Esistono stili di apprendimento diversi
(così come esistono stili di insegnamento diversi!)

Il mio modo di pensare è molto lontano dal tuo,
cosa che spiega d'altra parte il fatto
che ci siamo completati molto bene per 10 o 15 anni .



è impossibile studiare l'opera dei grandi matematici, o anche dei minori, senza notare e distinguere due tendenze opposte, o piuttosto due tipi di mentalità completamente differenti.



- Osservando i ragazzi mentre affrontano i giochi è possibile ricavare una gran quantità di informazioni, sia riguardo i processi cognitivi generali, che riguardo le abilità più specificatamente disciplinari.

- Possiamo ottenere informazioni sulle loro competenze (*trasversali*, *disciplinari*, e persino di *cittadinanza*)

- Possono essere usati anche per avere una valutazione più completa

- Non possiamo costruire la valutazione solo basandoci su quanta informazione il ragazzo ci “restituisce” correttamente memorizzata, o su quanta abilità dimostra di aver sviluppato nell’esecuzione di procedure.

I giochi ci danno…

- uno strumento che ci permette di osservare il ragazzo *mentre cerca la soluzione* di un problema

- I giochi matematici sono un momento in cui l'insegnante "si chiama fuori" e lascia i ragazzi liberi: liberi, naturalmente, di giocare e cercare le soluzioni. Dal punto di vista dell'osservazione, meno l'insegnante interagisce e meglio è, perché evita di perturbare e condizionare il sistema.

- Dovrà rispondere alle domande, ma possibilmente con la tecnica del “rilancio”: ad una domanda del ragazzo si risponde possibilmente rilanciando un’altra domanda, perché l’intervento dell’insegnante non deve mai essere occasione per *non pensare* (“me lo ha detto la prof”), ma uno stimolo per *pensare di più e meglio*.

- Se i ragazzi lavorano a gruppetti, l'insegnante potrà anche girare da uno all'altro, sempre cercando di ascoltare molto e di parlare poco.

- **SONO UNO STRUMENTO PER LA ROTTURA DEL CONTRATTO DIDATTICO!**