



edizione 2017

A large, stylized number "1" composed of various colored geometric shapes: a green triangle at the top, a blue rectangle, a yellow square, a red square, and a purple square at the bottom.

**motivare
coinvolgere
invertire**

CON LA MATEMATICA



GIOCANDO SI IMPARA... L'EQUAZIONE DELLA RETTA!

Prof.ssa Paola Morando

Università degli Studi di Milano

MATEMATICA&GIOCO: UN'UTILE SINERGIA

IL GIOCO:

- Sdrammatizza una materia ritenuta ostica
- Coinvolge attraverso le sue naturali dinamiche competitive
- Induce gli studenti a porsi e porre domande
- Crea un'occasione informale di autovalutazione
- Sviluppa dinamiche di interazione (peer-education)
- Crea e rafforza utili automatismi

TRE REGOLE PER... GIOCARE SERIAMENTE

- **COINVOLGERE:** il gioco deve essere strutturato in modo da coinvolgere attivamente tutti gli studenti
- **PREMIARE:** il premio, anche se simbolico, è un aspetto importante. Cioccolatini, sconti sui compiti o punteggio aggiuntivo sulla prova scritta successiva... trovate la vostra modalità per premiare i vincitori!
- **PENALIZZARE:** è importante che il gioco preveda meccanismi di penalizzazione per scoraggiare le risposte date “a caso”

GIOCARE IN CLASSE: ALCUNE PROPOSTE

- TRIMINO
- CHECK&GUESS
- PALUDI MATEMATICHE
- TOMBOLA CARTESIANA
- MATH TWINS
- DUESETTE
- MEMORY

TRIMINO

Cosa ripassiamo?

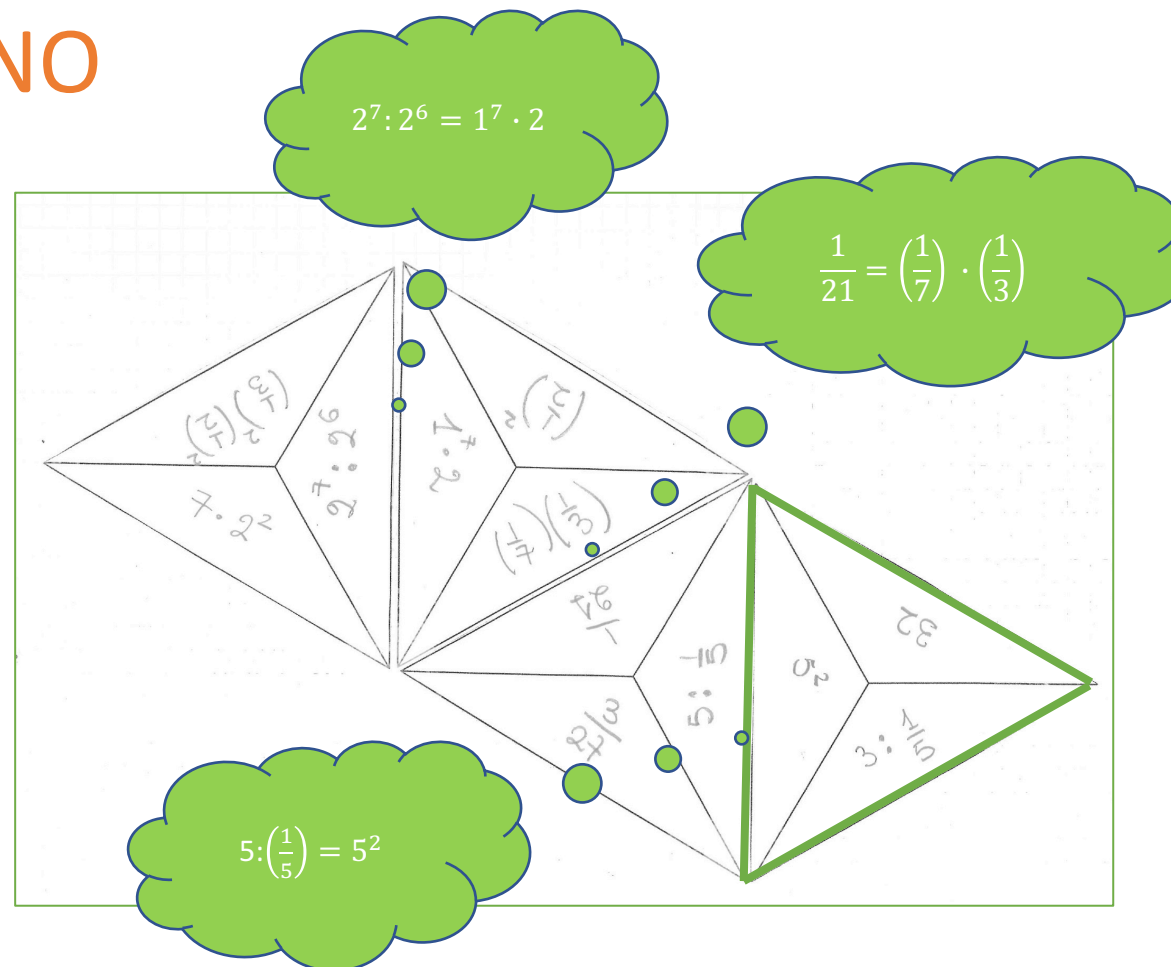
Prodotti, quozienti e potenze di numeri razionali, confronto tra frazioni, proprietà delle potenze, scomposizione in fattori primi

Materiali: 45 carte triangolari, 1 clessidra da un minuto, circa 15 segnalini per ogni squadra

TRIMINO: Come si gioca?

- 4 squadre, 11 carte per squadra, 1 carta sul tavolo
- 1 minuto di tempo per attaccare più carte possibile alla carta già sul tavolo, con la regola che due carte possono essere attaccate solo se hanno lo stesso numero sul lato confinante

TRIMINO



$2^7 : 2^6 = 1^7 \cdot 2$

$\frac{1}{21} = \left(\frac{1}{7}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)$

$5 : \left(\frac{1}{5}\right) = 5^2$

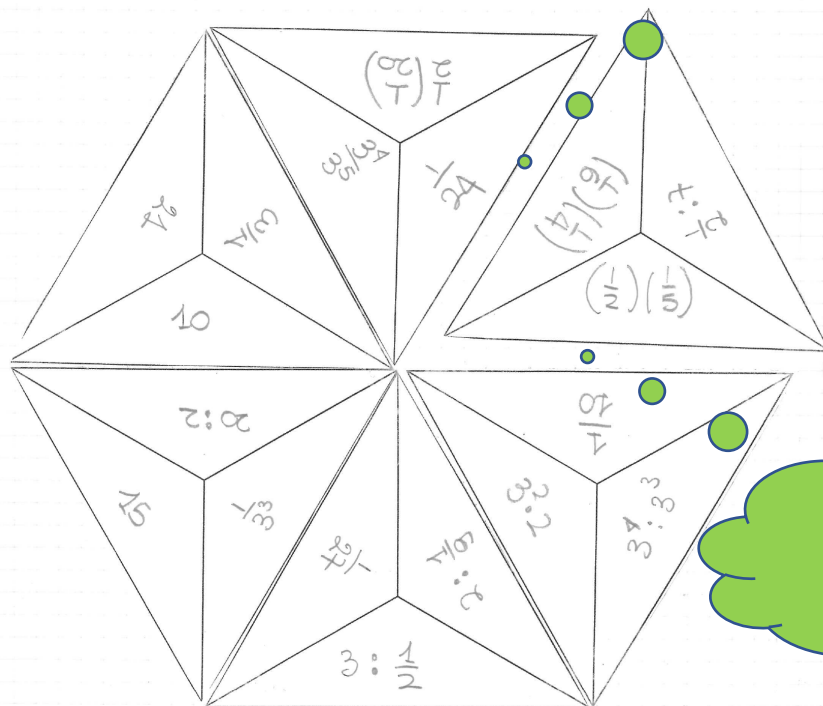
TRIMINO

In particolare, per poter attaccare una carta che confina con due di quelle già presenti sul tavolo, i numeri devono coincidere su entrambi i confini.

TRIMINO

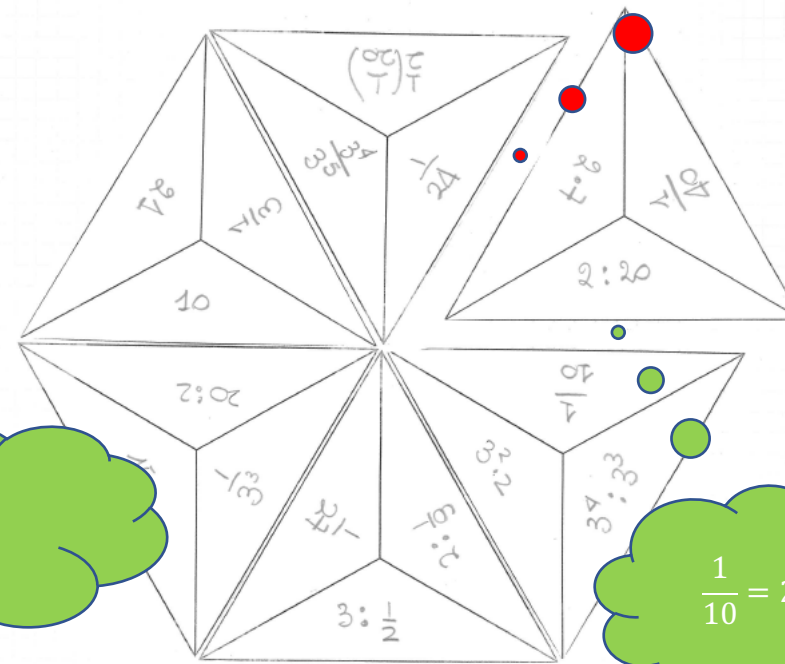
SI

$\frac{1}{24} = \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{6}\right)$



NO

$\frac{1}{24} \neq 2 \cdot 7$

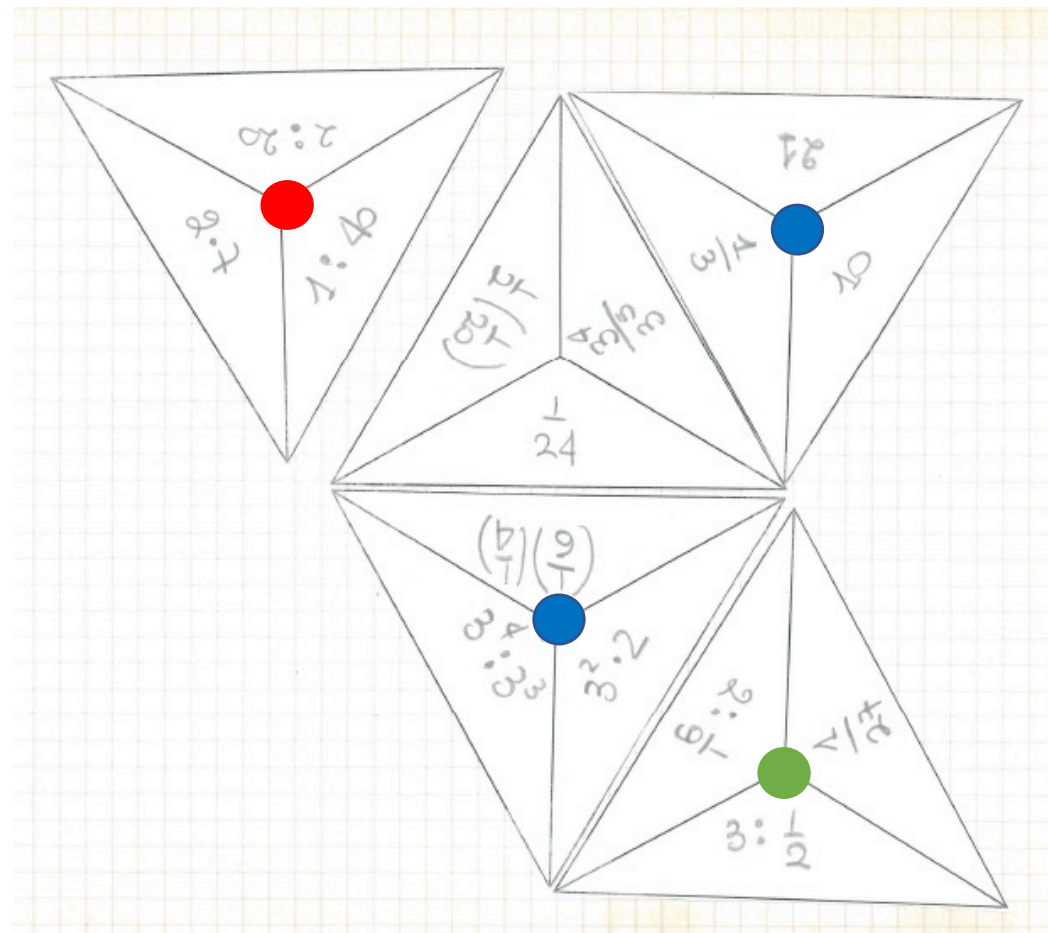


$\frac{1}{10} = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{5}\right)$

$\frac{1}{10} = 2:20$

TRIMINO

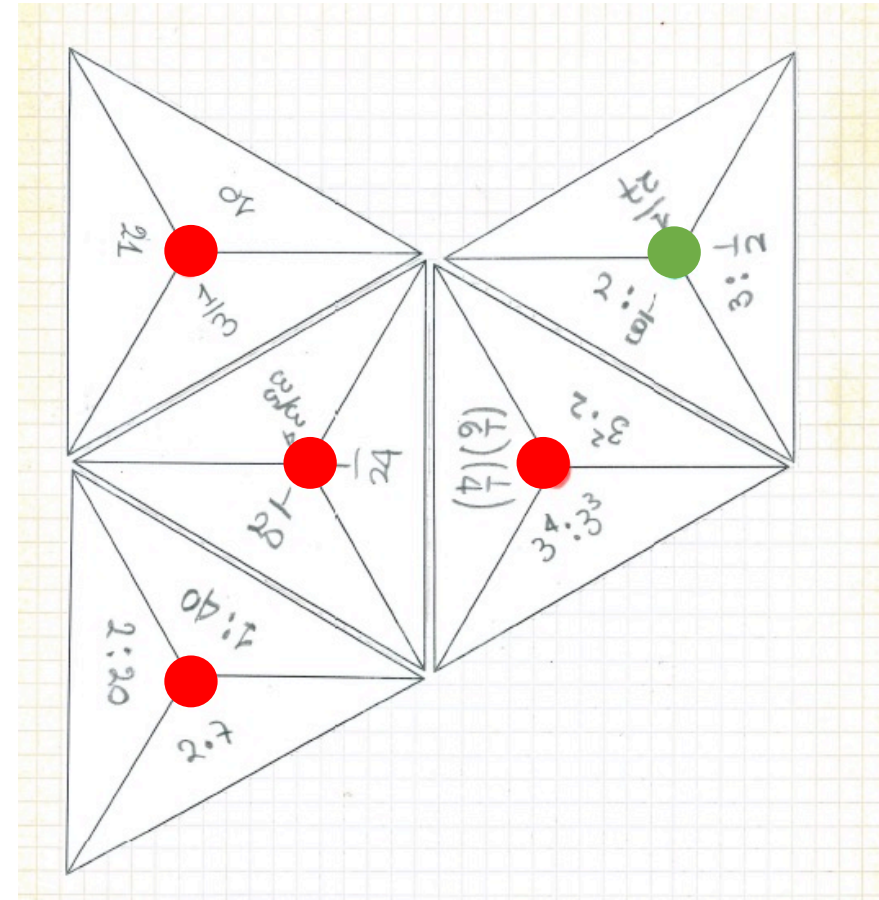
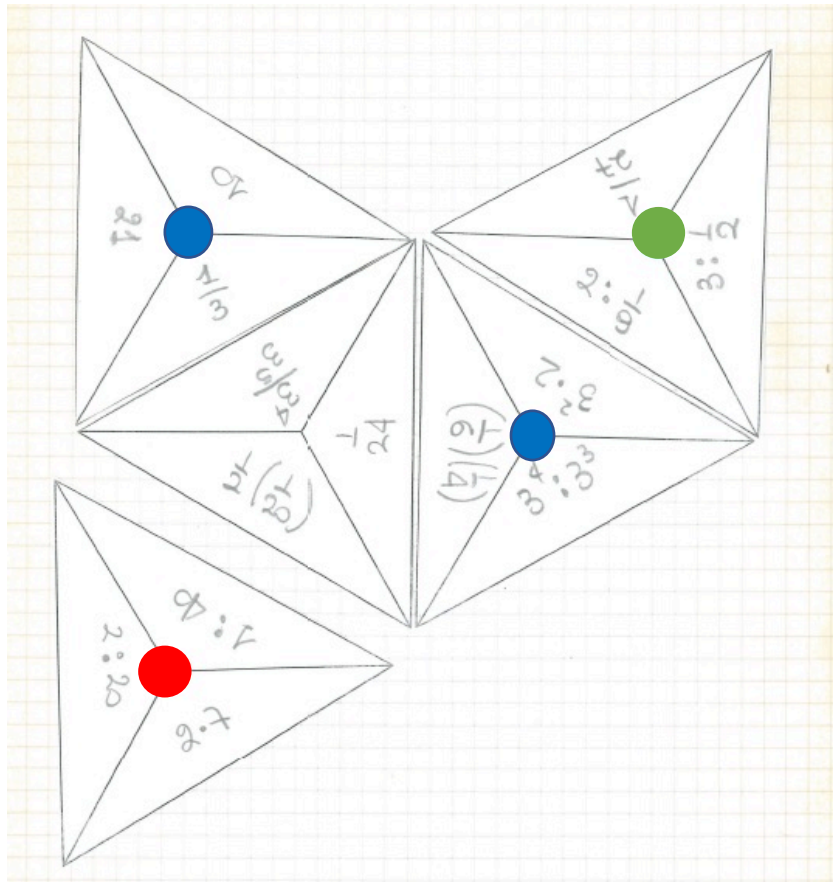
Su ogni carta attaccata
(correttamente) la squadra
mette il proprio segnalino



TRIMINO

Se una squadra, attaccando una o più carte a quelle già presenti sul tavolo, crea un triangolo equilatero di almeno quattro carte (o un esagono) conquista l'intero triangolo equilatero (o l'esagono) e sostituisce i segnalini avversari con i propri

TRIMINO



TRIMINO: Chi vince?

- Il gioco termina quando nessuna squadra è più in grado di attaccare carte
- Calcolo del punteggio: +1 per ogni carta con il segnalino della squadra e -2 per ogni carta rimasta inutilizzata
- Vince la squadra che ottiene il punteggio più alto

TRIMINO: spunti didattici

Repetita iuvant

Prima
volta

$$\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{2} : \frac{1}{1} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Seconda
volta

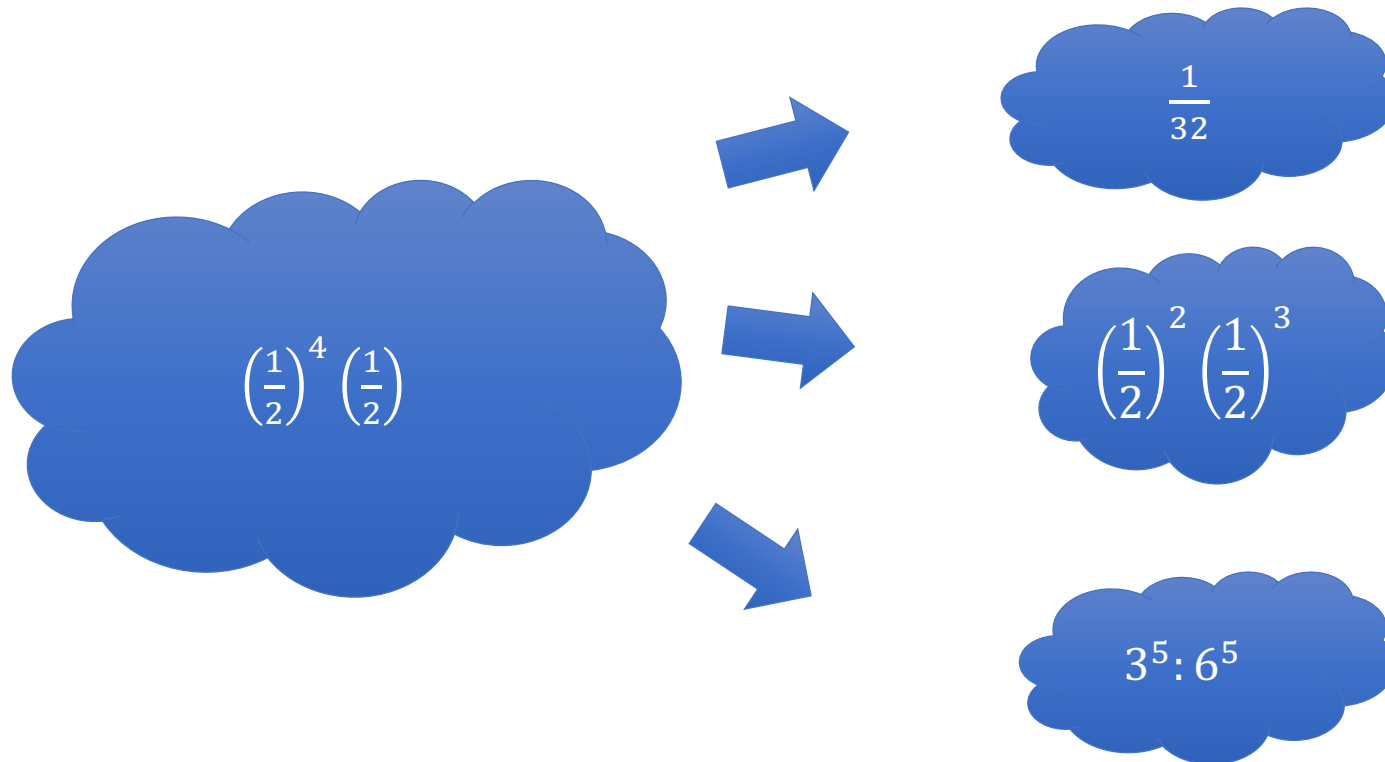
$$\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Terza
volta

$$\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}$$

TRIMINO: spunti didattici

Proprietà delle potenze: al dritto e al rovescio!



CHECK&GUESS

Cosa ripassiamo?

Percentuali e proporzioni, confronto tra percentuali, aspetti qualitativi (tanti, pochi, abbastanza) e loro relazioni con le percentuali

Materiali: un mazzo da 32 carte contenenti due domande ciascuna e una clessidra da un minuto

CHECK&GUESS: come si gioca?

- I ragazzi vengono divisi in due squadre che si situano su lati opposti della classe
- Dopo aver mescolato il mazzo, l'insegnante prende la prima carta e legge la prima domanda. Ogni domanda inizia con "Calcola la percentuale dei ragazzi/e che...".
- Ad esempio, la domanda potrebbe essere "Calcola la percentuale dei ragazzi/e che indossano almeno un braccialetto"

CHECK&GUESS

- l'insegnante gira la clessidra e ogni squadra ha un minuto di tempo per contare quanti tra loro indossano un braccialetto, trasformare questa informazione in una percentuale e scriverla su un foglietto
- Allo scadere del minuto l'insegnante ritira i foglietti con le risposte di entrambe le squadre

CHECK&GUESS

- Poi l'insegnante gira nuovamente la clessidra e ogni squadra ha un minuto di tempo per cercare di vedere (ricordare, indovinare) quanti tra i ragazzi della squadra avversaria portano almeno un braccialetto, trasformare questa informazione in una percentuale e scriverla su un foglietto.

CHECK&GUESS: chi vince?

- Se una squadra sbaglia la risposta alla prima domanda (quella riferita ai componenti della propria squadra) fa zero punti, indipendentemente dalla risposta data alla seconda domanda
- Se entrambe le squadre rispondono correttamente alla prima domanda, guadagna un punto la squadra che va più vicina alla risposta corretta per la seconda domanda

CHECK&GUESS: lascia o raddoppia?

- La squadra che ha vinto può scegliere se accontentarsi di un punto o tentare il raddoppio rispondendo alla seconda domanda scritta sulla carta
- Vince la squadra che, dopo un certo numero di domande, ottiene il punteggio maggiore

CHECK&GUESS: spunti didattici

Proporzioni, frazioni e percentuali a ogni giro!

$$n:N = x:100$$

$$\frac{n}{N} = \frac{x}{100}$$

$$x = \frac{100 n}{N}$$

CHECK&GUESS: spunti didattici

Tanti o pochi? Ragioniamo in percentuale!

- Supponiamo che la squadra A abbia ragione di credere che pochi tra i compagni della squadra B indossino un braccialetto. Sarà sensato scommettere su una percentuale piccola.
- Che ne dite del 2%? Se la squadra B è composta da 12 ragazzi, il 2% di 12 è 0,24, quindi circa $\frac{1}{4}$ di compagno!

CHECK&GUESS: spunti didattici

Probabilità e percentuali: una grande famiglia!

- Supponiamo che si debba decidere qual è la percentuale dei compagni della squadra avversaria che compie gli anni in primavera
- In mancanza di qualsiasi tipo di informazione pregressa questo equivale a chiedersi qual è la probabilità che uno dei compagni della squadra avversaria sia nato in primavera

CHECK&GUESS: spunti didattici

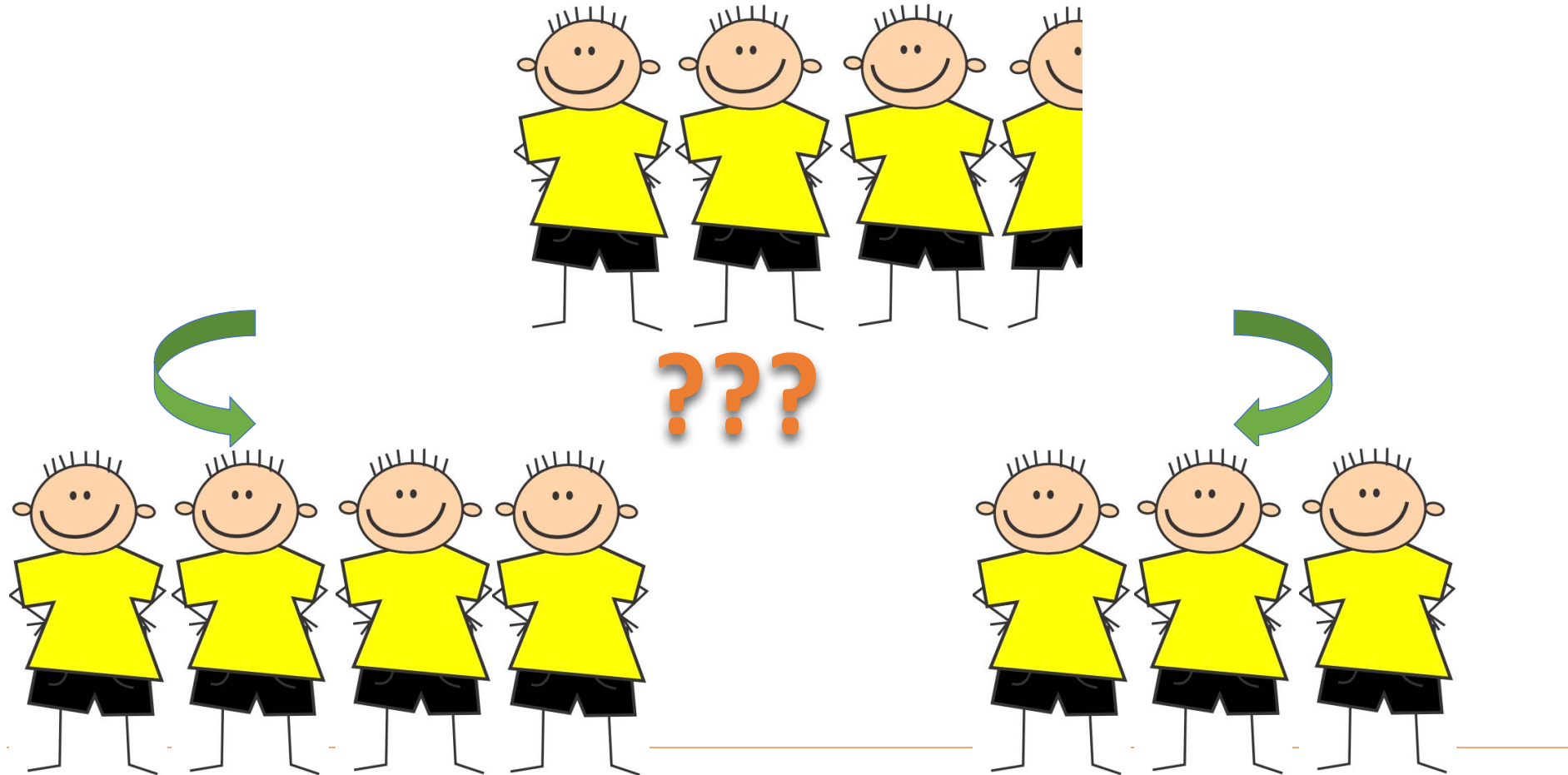
Probabilità e percentuali: una grande famiglia!

- Essendo le 4 stagioni equiprobabili (in linea di principio e in mancanza di altre informazioni) tale probabilità è ragionevolmente $\frac{1}{4} = 0,25$
- Quindi, se non si conosce la data del compleanno di nessuno dei compagni della squadra avversaria, una buona scelta potrebbe essere scommettere sul 25%

CHECK&GUESS: spunti didattici Il problema dell'approssimazione

- Trattandosi di percentuali va stabilito da subito il numero di cifre decimali significative
- Si può considerare la possibilità di lasciar utilizzare la calcolatrice per alcune domande

CHECK&GUESS: spunti didattici



CHECK&GUESS: spunti didattici Facciamo il nostro mazzo?

Può essere utile proporre agli studenti di trovare nuove domande per allargare o modificare il mazzo. Questo offre la possibilità di discutere il concetto di proposizione, ovvero un'affermazione per la quale si può stabilire il valore di verità.

PALUDI MATEMATICHE

Cosa ripassiamo?

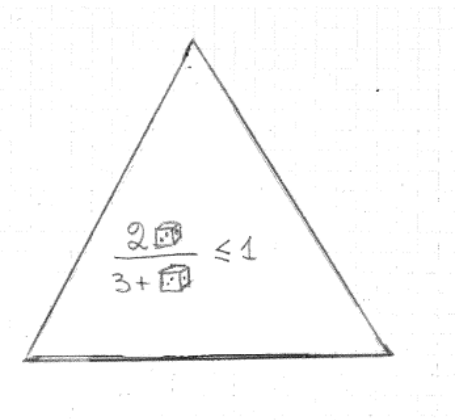
Somma e differenza di frazioni, confronto tra frazioni

Materiali: 45 carte triangolari con le caselle del percorso, 6 segnaposti, 1 clessidra da un minuto, 1 dado

PALUDI MATEMATICHE: come si gioca?

Creare un percorso con 40 carte distribuendo in maniera omogenea le carte dei tre tipi:

- Carte palude
- Carte speciali
- Carte che contengono una disuguaglianza



PALUDI MATEMATICHE

Lanciare il dado e individuare la casella di arrivo.

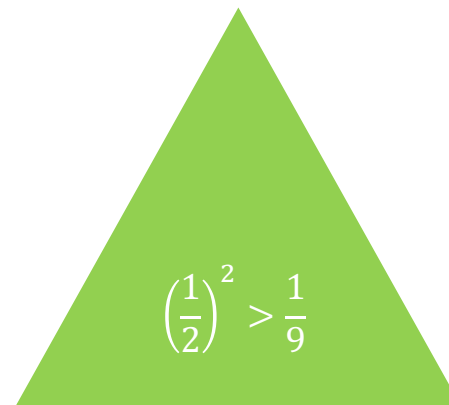
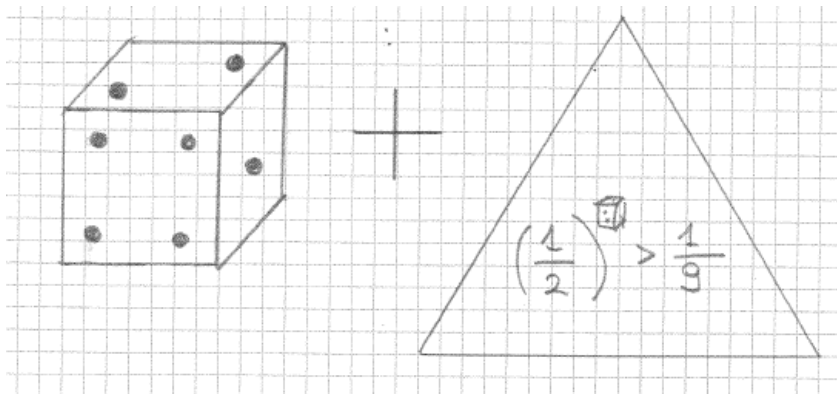
Caso A La casella di arrivo è una **PALUDE MATEMATICA**: il segnalino viene effettivamente spostato e la squadra salta il successivo turno di gioco.

Caso B La casella di arrivo è una **CARTA SPECIALE**: si eseguono le istruzioni scritte sulla carta, spostando il segnalino di conseguenza e senza preoccuparsi del tipo di casella sulla quale si finisce.

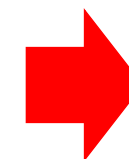
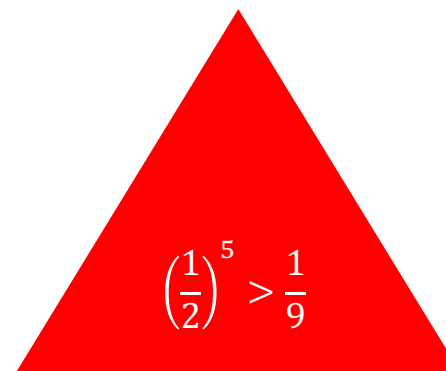
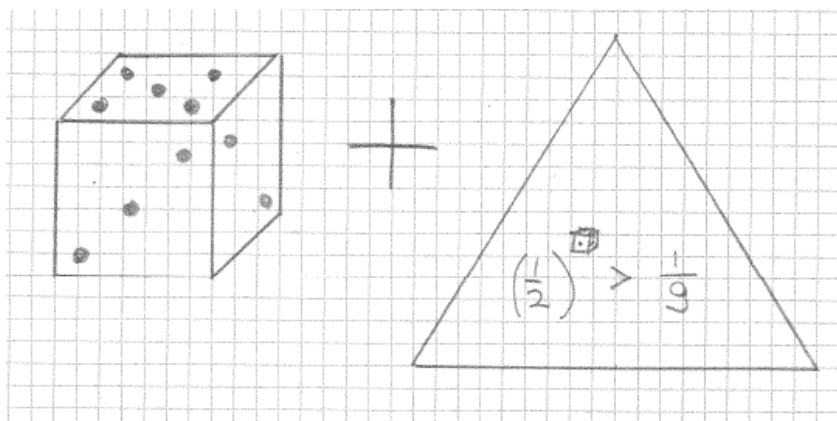
PALUDI MATEMATICHE

Caso C La casella di arrivo contiene una disuguaglianza nella quale, al posto del dado, va sostituito il valore ottenuto con il lancio. In questo caso tutte le squadre hanno un minuto di tempo per decidere se, dopo tale sostituzione, la disuguaglianza sia vera o falsa.

PALUDI MATEMATICHE



VERO



FALSO

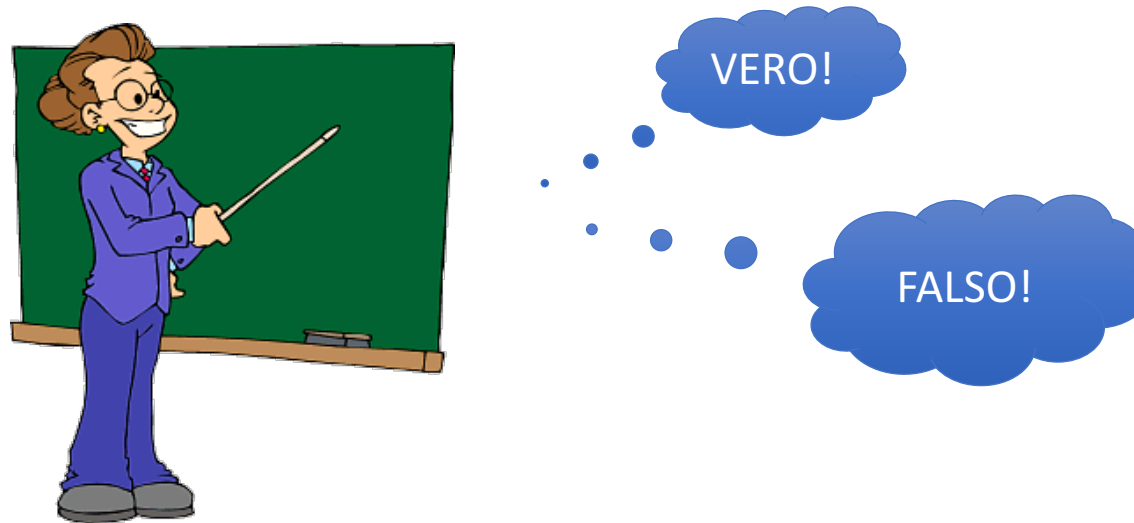
PALUDI MATEMATICHE

La squadra che ha tirato il dado:

- sposta il proprio segnalino sulla casella di arrivo se ritiene **VERA** la disuguaglianza
- lascia il segnalino sulla casella di provenienza se ritiene **FALSA** la disuguaglianza

PALUDI MATEMATICHE

Nel frattempo le altre squadre consegnano il proprio verdetto all'insegnante il quale, a tempo scaduto, rende pubblico il valore di verità della disuguaglianza in questione.



PALUDI MATEMATICHE: chi vince?

A questo punto gli eventuali **errori** di valutazione delle squadre hanno le seguenti conseguenze:

- se la squadra che ha tirato il dado sbaglia, il suo segnalino viene retrocesso fino alla prima palude matematica che precede la casella di provenienza, o fino alla linea di partenza se non vi sono paludi matematiche nel mezzo

PALUDI MATEMATICHE: chi vince?

- se la maggioranza delle squadre che non ha tirato il dado sbaglia, la casella con la disuguaglianza viene trasformata in palude matematica, sovrapponendole una carta palude presa tra le quattro non utilizzate
- vince il gioco la prima squadra che raggiunge (o supera) la casella di arrivo

PALUDI MATEMATICHE: spunti didattici Per compito o per gioco?

Per compito: stabilire se la seguente disuguaglianza è vera o falsa:

$$4 < 3 + \frac{1}{4}$$

PALUDI MATEMATICHE: spunti didattici

Per compito o per gioco?

Calcolo il valore della frazione a secondo membro facendo il denominatore comune

$$4 < \frac{12+1}{4}$$

$$4 < \frac{13}{4}$$

Riporto le due frazioni allo stesso denominatore per poterle confrontare

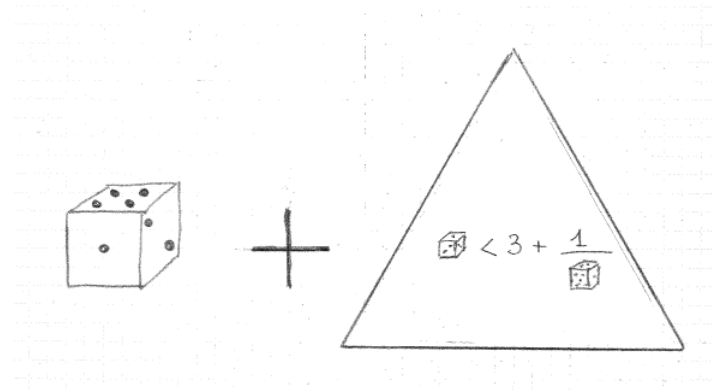
$$\frac{16}{4} < \frac{13}{4}$$

Poiché $16 > 13$ posso dire che la disuguaglianza è FALSA



PALUDI MATEMATICHE: spunti didattici

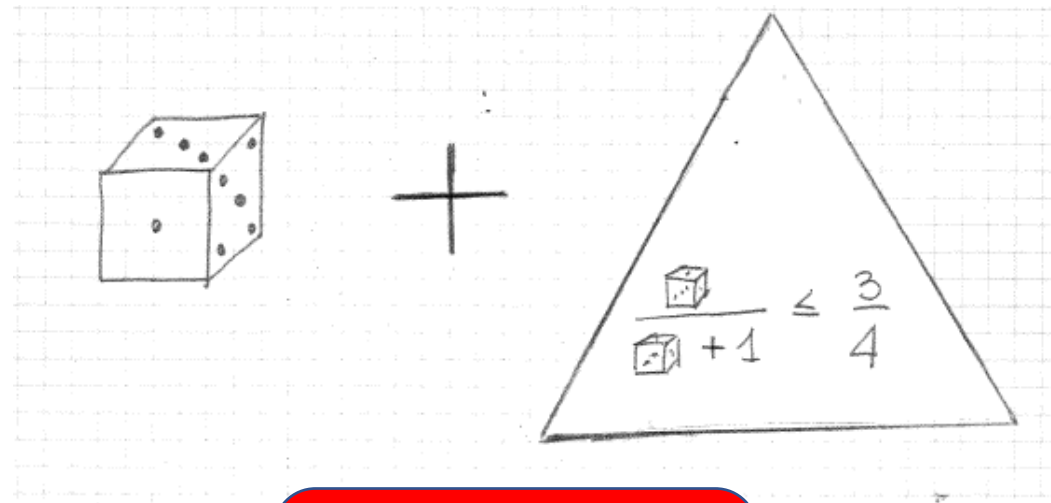
Per gioco: Posso spostarmi su questa casella?



È chiaro che **NON** mi posso spostare perché 4 è più grande di $3 + \frac{1}{4}$. Infatti 3 sommato a un numero più piccolo di 1 darà necessariamente un risultato più piccolo di 4.

PALUDI MATEMATICHE: spunti didattici

Disuguaglianze strette o deboli?



$$\frac{3}{4} \leq \frac{3}{4} \quad ???$$

TOMBOLA CARTESIANA

Cosa ripassiamo?

Piano cartesiano, punti, rette e loro posizione reciproca, equazione della retta e sua rappresentazione grafica

Materiali: 30 cartelle, 60 punti da estrarre

TOMBOLA CARTESIANA: come si gioca?

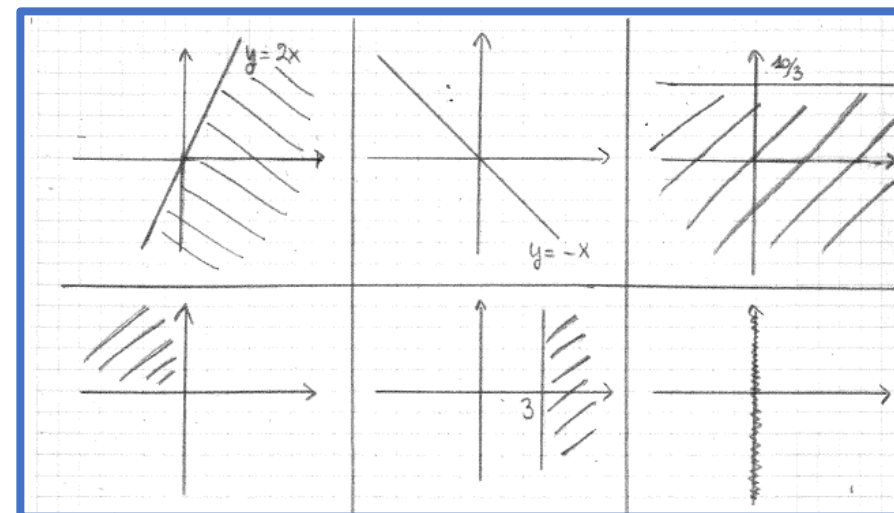
Dopo aver distribuito le cartelle, si chiede a ogni studente di tradurre la propria cartella disegnando le corrispondenti regioni del piano cartesiano.

Il punto sta sotto alla retta di equazione $2x-y=0$	Il punto appartiene alla retta di equazione $x+y=0$	Il punto sta sotto alla retta di equazione $3y-10=0$
Il punto appartiene al secondo quadrante	Il punto sta a destra della retta di equazione $x=3$	Il punto appartiene all'asse delle y

TOMBOLA CARTESIANA



Il punto sta sotto alla retta di equazione $2x-y=0$	Il punto appartiene alla retta di equazione $x+y=0$	Il punto sta sotto alla retta di equazione $3y-10=0$
Il punto appartiene al secondo quadrante	Il punto sta a destra della retta di equazione $x=3$	Il punto appartiene all'asse delle y



TOMBOLA CARTESIANA: comincia l'estrazione

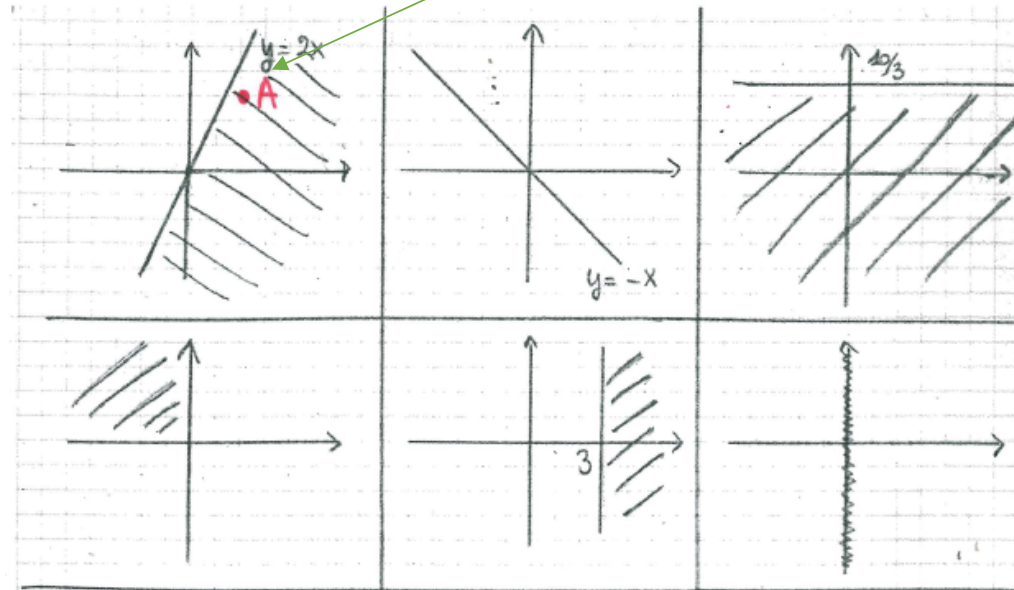
(2;3)



A=(2;3)



SI



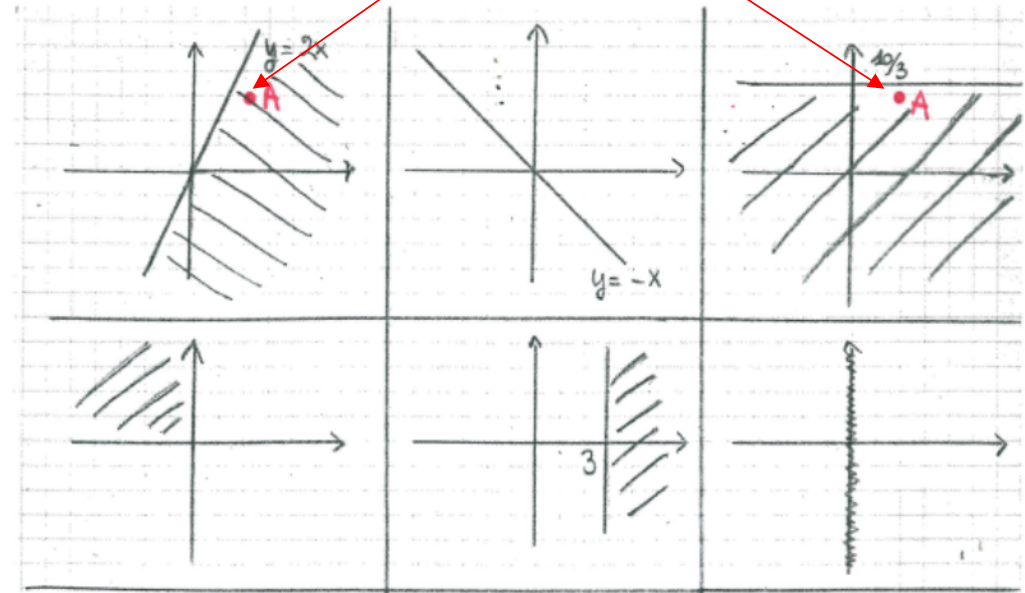
TOMBOLA CARTESIANA

(2;3)



A=(2;3)

NO



TOMBOLA CARTESIANA: chi vince?


Vince il primo studente che completa la propria cartella.

L'insegnante controllerà che

- ✓ le regioni disegnate sul foglio corrispondano a quelle indicate nella cartella originale
- ✓ l'attribuzione dei punti estratti alle varie regioni sia corretta
- ✓ ogni punto estratto sia stato utilizzato una sola volta

TOMBOLA CARTESIANA: spunti didattici

Il problema delle notazioni



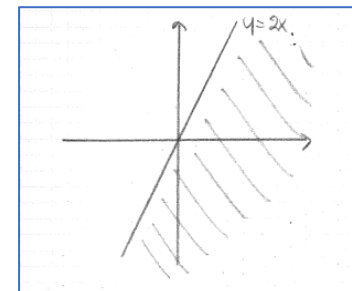
Il punto sta sotto alla retta di equazione $2x-y=0$	Il punto appartiene alla retta di equazione $x+y=0$	Il punto sta sotto alla retta di equazione $3y-10=0$
Il punto appartiene al secondo quadrante	Il punto sta a destra della retta di equazione $x=3$	Il punto appartiene all'asse delle y

TOMBOLA CARTESIANA: spunti didattici

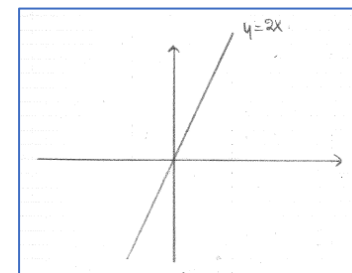
Il punto sta sotto alla
retta di equazione
 $2x-y=0$



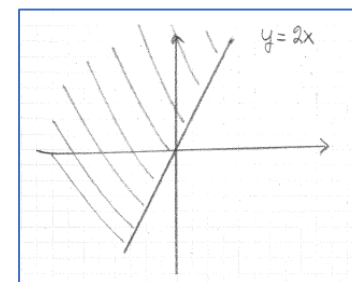
STUDENTE
1



STUDENTE
2



STUDENTE
3



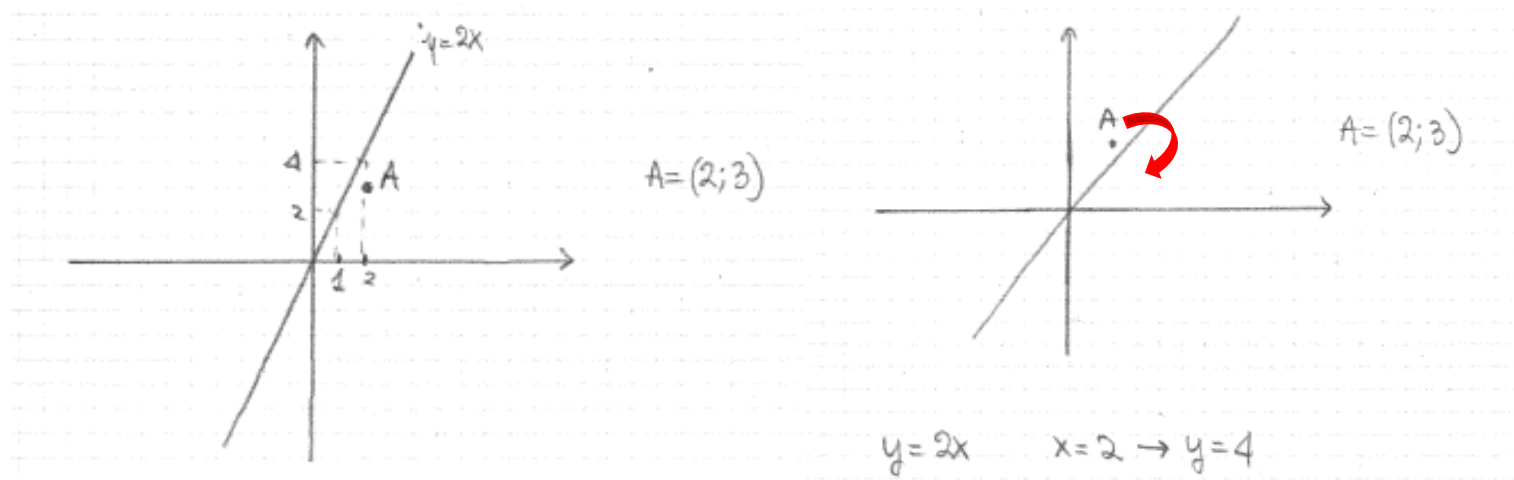
TOMBOLA CARTESIANA: spunti didattici

Dopo che gli studenti hanno tradotto la propria cartella in regioni ammissibili del piano cartesiano, chiedete loro di scambiarsi SOLO le cartelle disegnate.

Sarà una buona occasione per toccare con mano l'importanza di utilizzare notazioni comuni!

TOMBOLA CARTESIANA: spunti didattici

Strategie diverse a confronto



Chi crede al disegno

Chi preferisce fare i conti

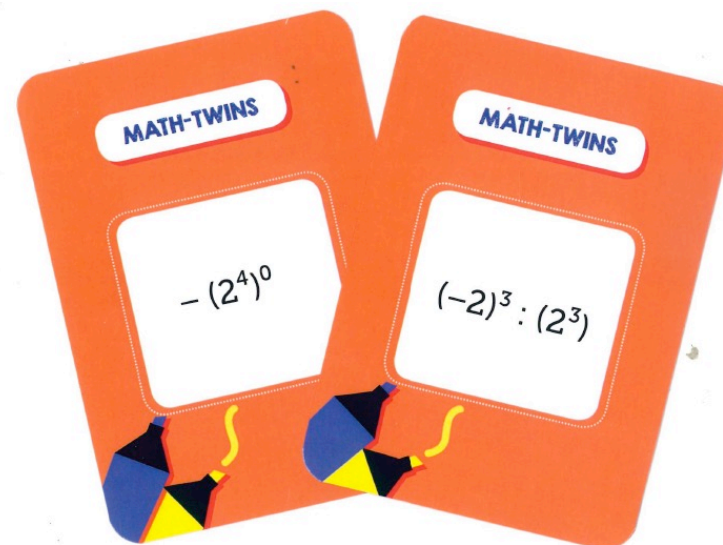
MATH TWINS

Cosa ripassiamo?

Proprietà delle potenze, potenze di numeri negativi,
regola del prodotto dei segni

Materiali: Uno o più mazzi da 32 carte ciascuno. I mazzi
contengono 16 coppie di carte contenenti potenze di
scritte in forma diverse

MATH TWINS



MATH TWINS: come si gioca?

MODALITÀ 1

- L'insegnante divide la classe in 5/6 squadre e assegna a ogni squadra un mazzo da 32 carte mescolate
- Vince la squadra che riesce a rimettere insieme correttamente tutte le 16 coppie nel minor tempo possibile

MATH TWINS: come si gioca?

MODALITÀ 2 (quick version)

- L'insegnante distribuisce una carta a ogni studente e lascia le eventuali carte avanzate sulla cattedra
- Ogni studente deve trovare il suo gemello matematico
- Vince la prima coppia di gemelli matematici che si forma

MATH TWINS: spunti didattici

Sbagliando si impara

La squadra che sbaglia, ad esempio accoppiando

$$-2^4 \quad \text{con} \quad (-2)^2(-2)^2$$

sarà particolarmente recettiva alla spiegazione del proprio errore e, probabilmente, imparerà a distinguere una volta per tutte

$$(-2)^4 \quad \text{da} \quad -2^4$$

MATH TWINS: spunti didattici

Strategie a confronto

- Separare le carte in potenze di 2 e potenze di $\frac{1}{2}$
- Prendere una carta e cercare il suo gemello
- Separare potenze con esponente pari da potenze con esponente dispari
- Separare numeri positivi da numeri negativi
- Etc

DUESETTE



DUESETTE: come si gioca?

- Si forma un mazzo utilizzando tante famiglie quanti sono i giocatori
- Dopo aver mescolato le carte, se ne distribuiscono 4 a ogni giocatore
- Al via dell'insegnante ogni giocatore passa una carta delle sue al compagno alla sua sinistra e riceve una carta dal compagno alla sua destra

DUESETTE: chi vince?

- Chi riesce a mettere insieme una famiglia di 4 carte uguali, grida DUESETTE! e mette la mano in mezzo al tavolo
- Tutti gli altri mettono la mano sopra e l'ultimo rimasto prende una penalità
- Dopo 3 penalità si è esclusi
- Vince il giocatore che rimane, o comunque quello con il minimo numero di penalità

DUESETTE: spunti didattici

Utili automatismi

La necessità di ripetere più volte le stesse operazioni per stabilire quale sia la carta da scartare rafforza l'automatismo delle moltiplicazioni e divisioni per 10, 100 e 1000.

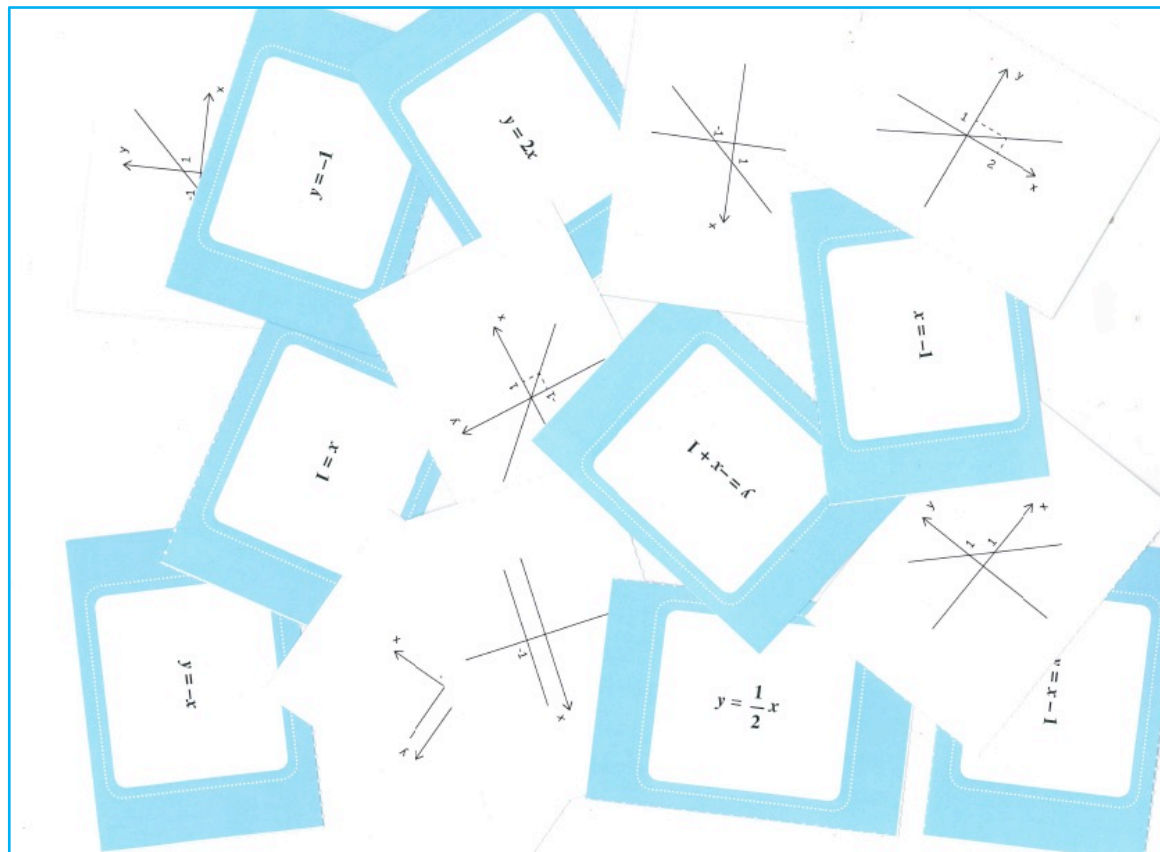
Anche preparare il mazzo per una partita a cinque fornisce una buona occasione di ripasso... provare per credere!

MEMORY

Cosa ripassiamo? Equazione della retta e sua rappresentazione grafica

Materiali: Uno o più mazzi di 24 carte ciascuno, di cui 12 contengono semplici equazioni di rette e 12 contengono i corrispondenti grafici

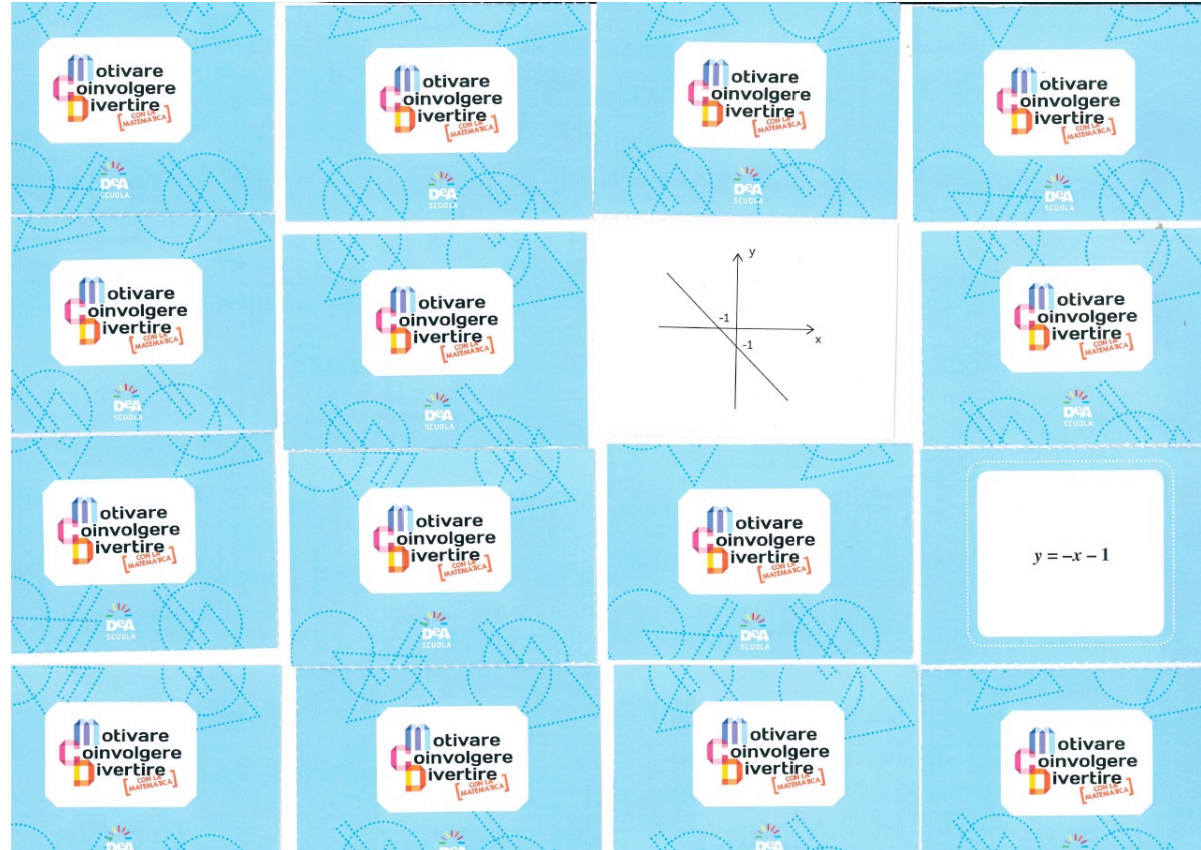
MEMORY



MEMORY: come si gioca

- Mescolare le carte e disporle coperte sul tavolo
- I giocatori scoprono a turno due carte. Se queste formano una coppia vengono guadagnate dal giocatore di turno, che può scoprirne altre due, altrimenti vengono rimesse nella posizione originaria e il turno passa al giocatore successivo

MEMORY



MEMORY: chi vince?

Vince il giocatore che, quando tutte le coppie possibili sono state formate, è riuscito a guadagnare il maggior numero di carte.

MEMORY: spunti didattici

Creare sane associazioni

I ritmi rapidi e la ripetizione insita nel gioco stesso rendono automatica l'associazione visiva tra equazioni cartesiane di rette e loro grafici

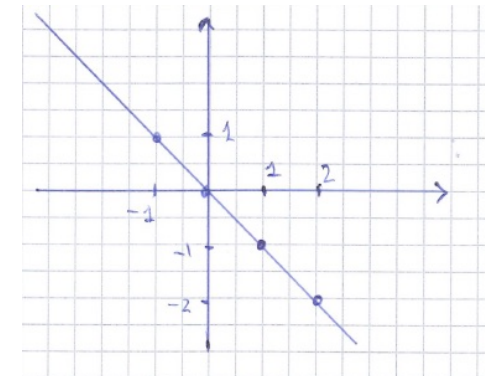
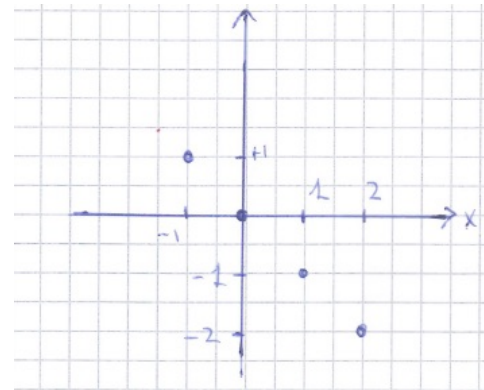
MEMORY: spunti didattici

Per compito o per gioco?

PER COMPITO: disegna il grafico della retta di equazione

$$y = -x$$

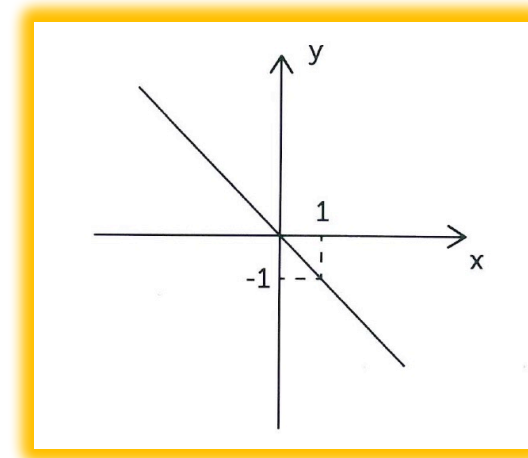
x	y
0	0
1	-1
2	-2
-1	+1



MEMORY: spunti didattici Per compito o per gioco?

PER GIOCO

$$y = -x$$



GIOCARE PER COMPITO: ALCUNE PROPOSTE

- La pista cifrata
- Che cosa apparirà?
- Il bersaglio




CHE COSA APPARIRÀ?

Cosa ripassiamo?

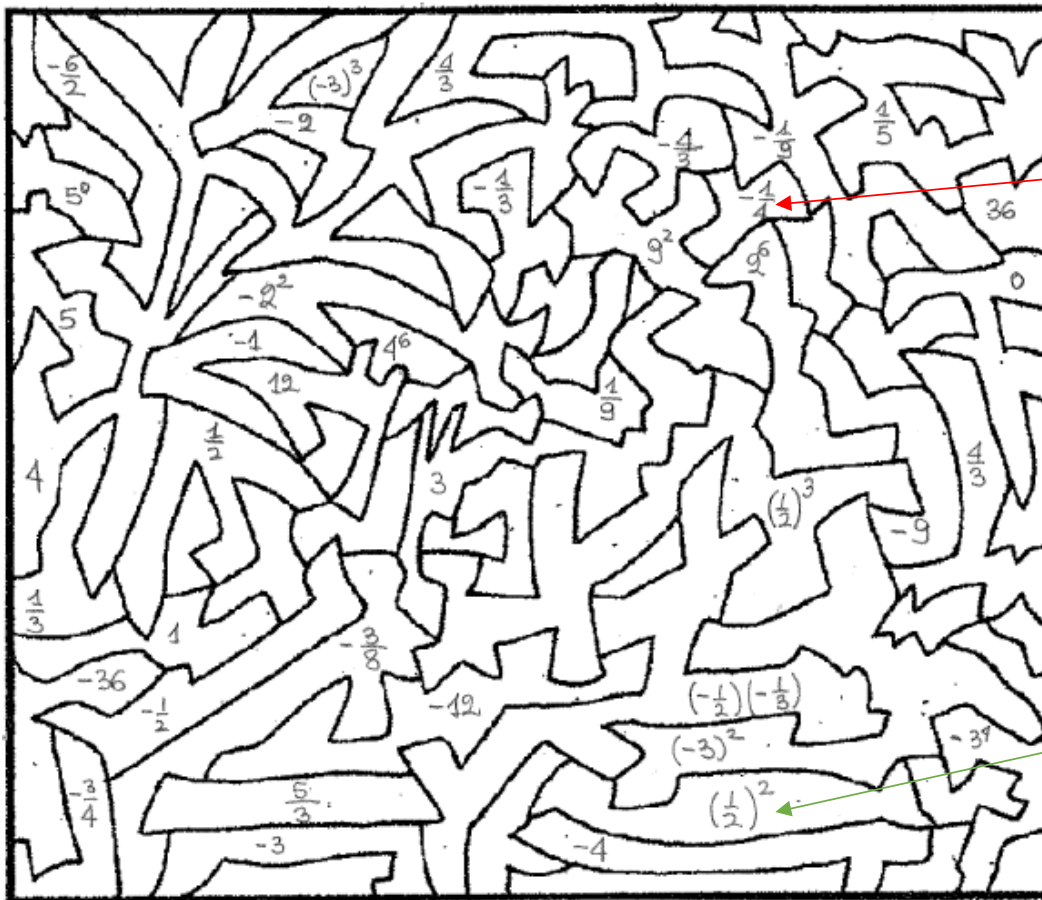
Operazioni tra frazioni
e proprietà dei segni

Istruzioni:

Annerisci
soltanto gli
spazi nei quali ci sono
i seguenti numeri.
Che cosa apparirà?

- | | |
|---|---|
| • $1 : (-\frac{1}{2})$ | • $5^0 \times 5^1$ |
| • $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ | • $(-3) \times (-2)^2$ |
| • $\frac{1}{4} : 2$ | • $(-1) : (-4)$  |
| • $4 : (-3)$ | • $(-3)^3 \times (-3)$ |
| • $(-6) : (-2)$ | • $2 \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{3})$ |
| • $(\frac{3}{4}) \times (-\frac{1}{2})$ | • $2 \times (\frac{1}{2} - 1)$ |
| • $(-2)^2 \times (-1)^2$ | • $(\frac{6}{5})^3 \times (\frac{10}{3})^3$ |
| • $-1 : (-\frac{1}{3})^2$ | • $(-\frac{1}{3})^5 : (-\frac{1}{3})^7$ |
| • $(-3)^2 \times (\frac{1}{3})^3$ | |

CHE COSA APPARIRÀ?



$$(-1) : (-4) = -\frac{1}{4}$$

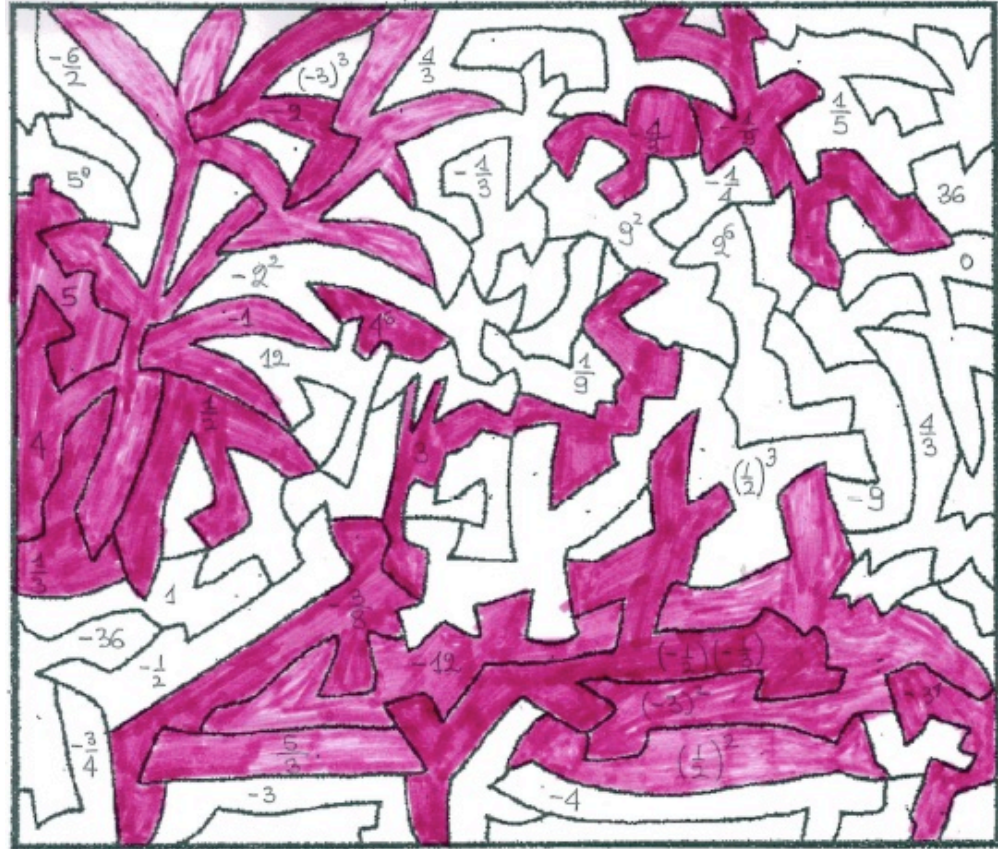
NO!

$$(-1) : (-4) = \frac{1}{4} =$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{ SI!}$$

CHE COSA APPARIRÀ? Soluzione sbagliata

- $\frac{1}{4} : 2 = \frac{1}{2}$
- $(-1) : \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = -\frac{1}{9}$
- $(-3)^3 (-3) = -3^4$
- $\left(\frac{6}{5}\right)^3 \left(\frac{10}{3}\right)^3 = 4^6$



CHE COSA APPARIRÀ? Soluzione corretta



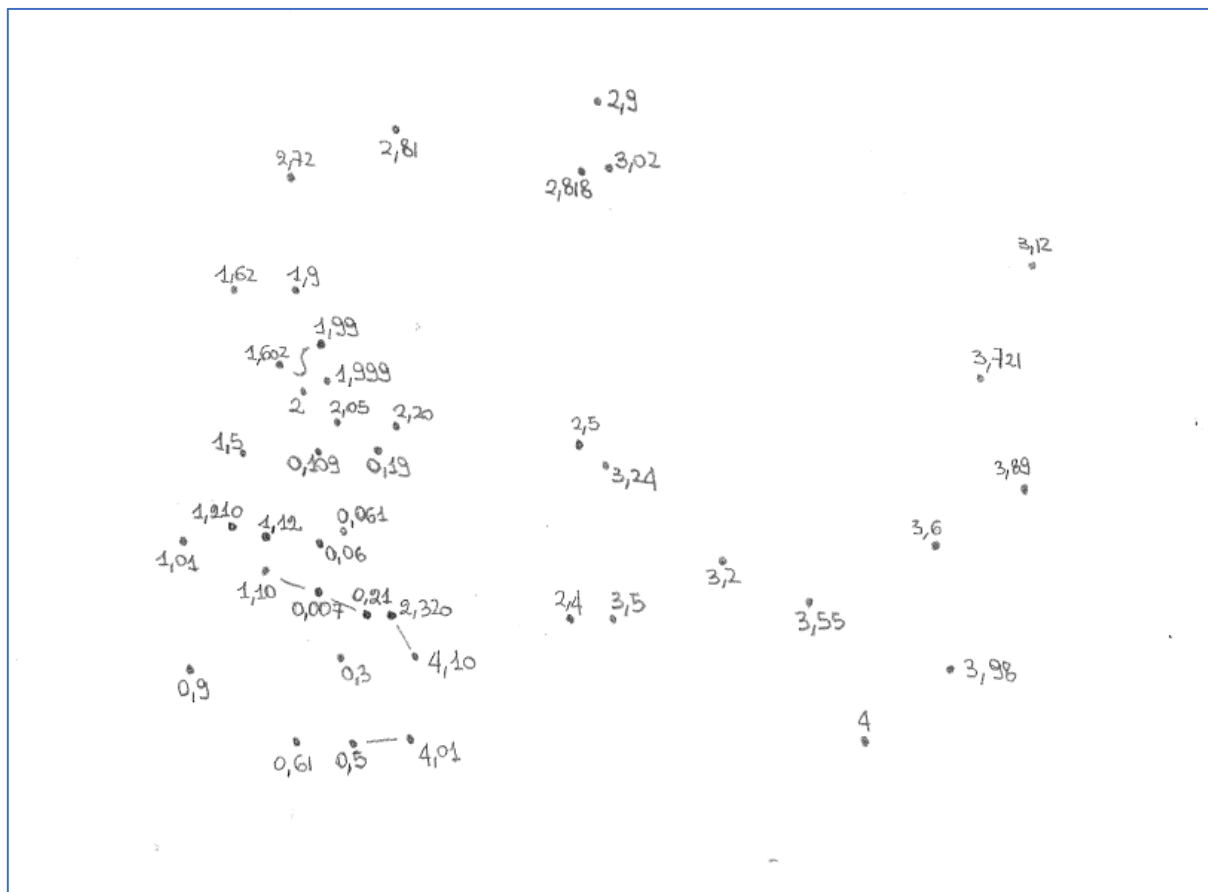
LA PISTA CIFRATA

Cosa ripassiamo?

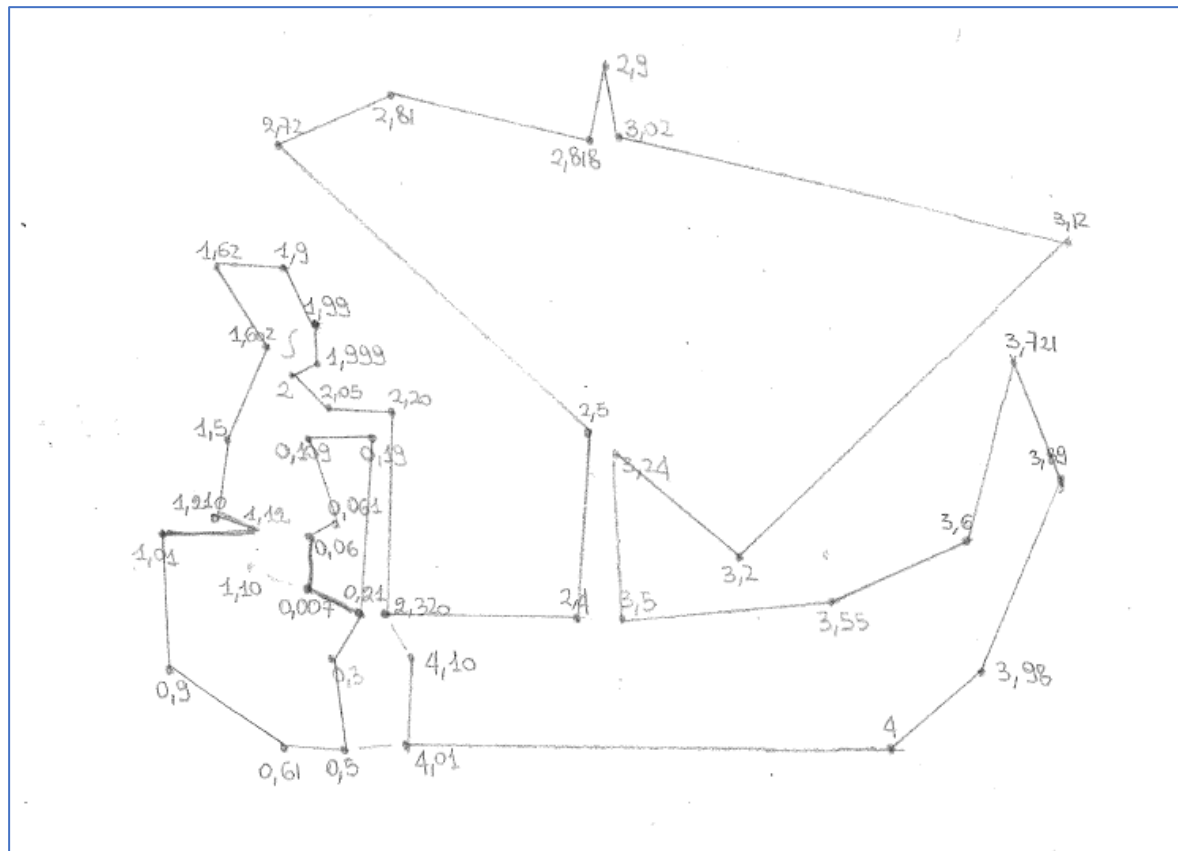
Ordinamento dei numeri con decimali dopo la virgola

Istruzioni: Unisci i puntini seguendo i numeri in ordine crescente. Che cosa apparirà?

LA PISTA CIFRATA



LA PISTA CIFRATA: soluzione



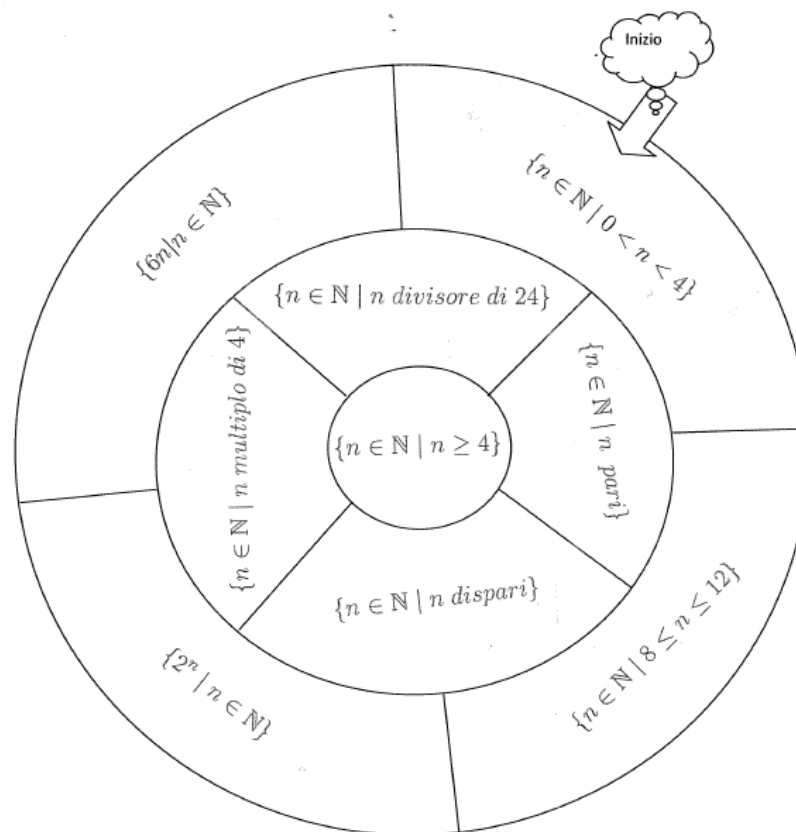
IL BERSAGLIO

Cosa ripassiamo?

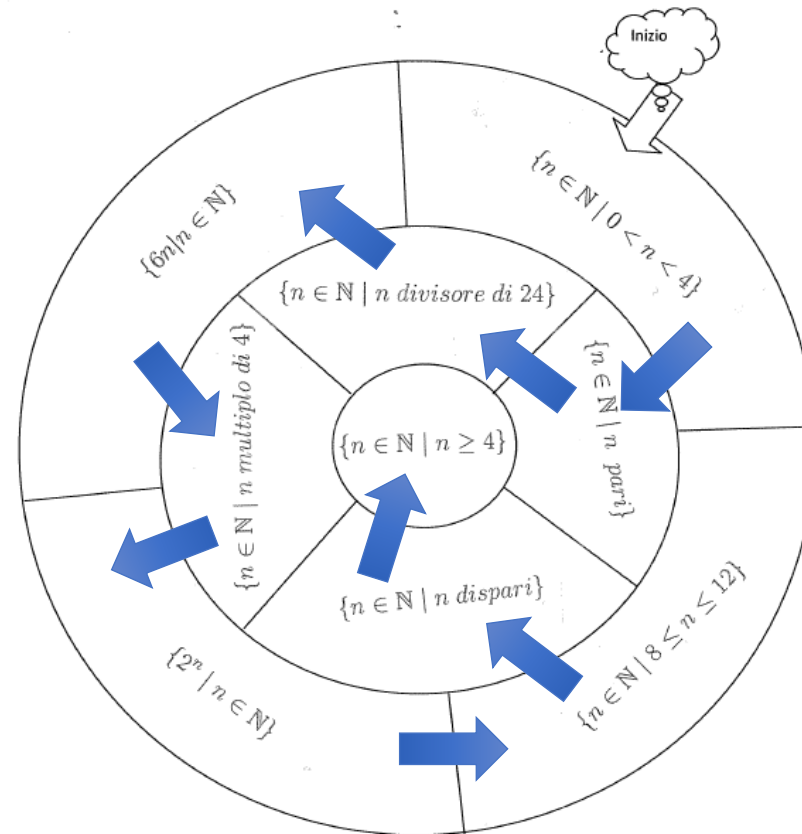
Insiemi, loro diverse rappresentazioni, intersezioni di insiemi

Istruzioni: Partendo dalla casella indicata dalla freccia, raggiungere quella contenuta al centro del bersaglio eliminando successivamente tutte le caselle incluse in esso secondo la regola seguente: si può passare da una casella all'altra solo se le due caselle sono confinanti e contengono insiemi che hanno intersezione non vuota

IL BERSAGLIO

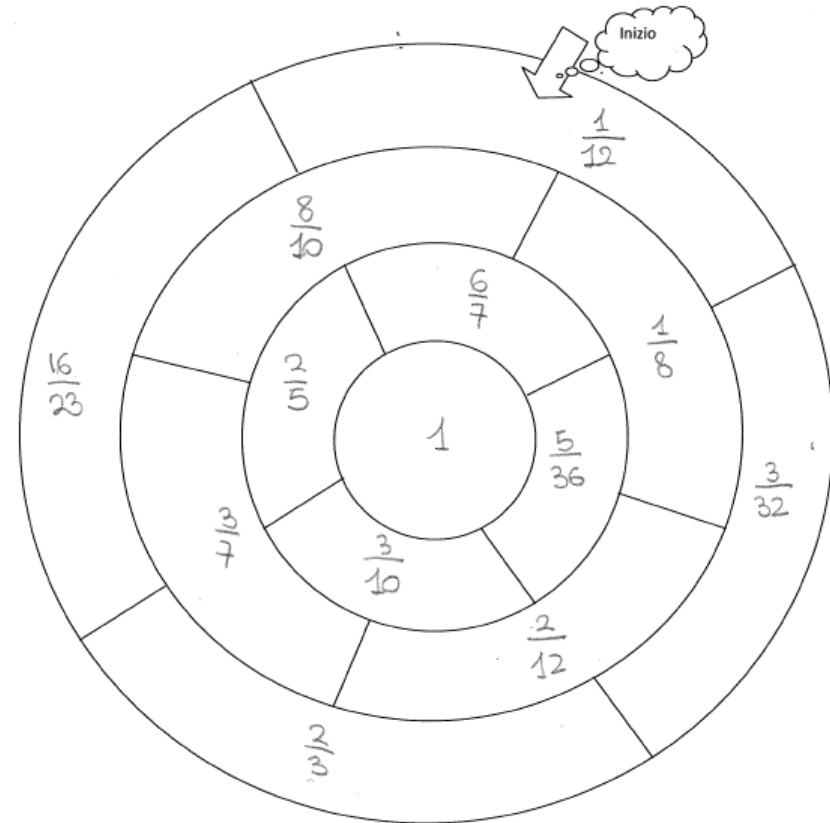


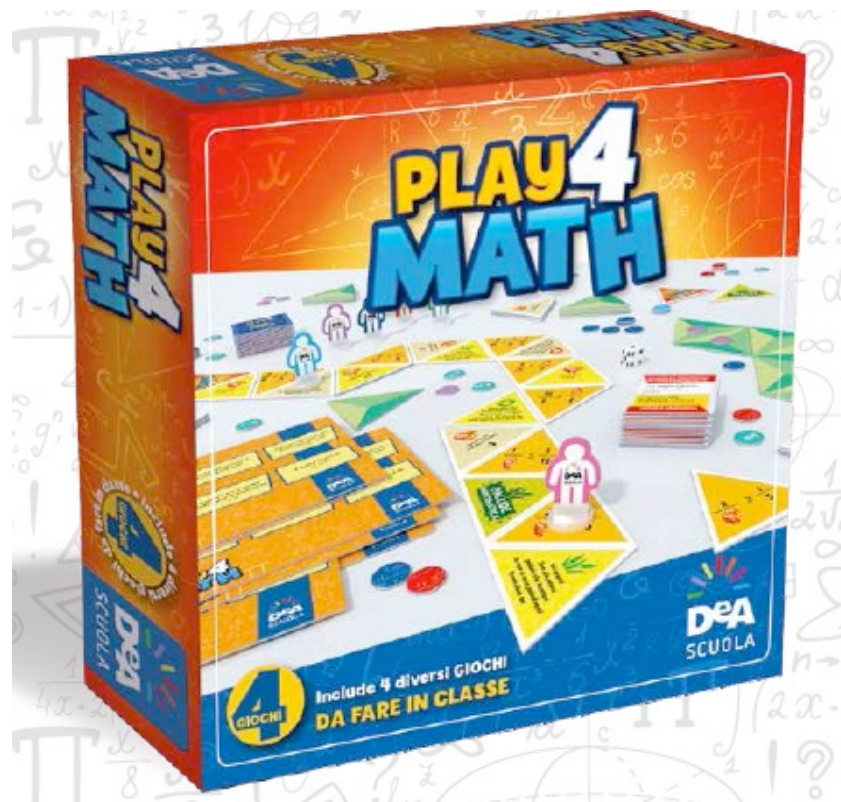
IL BERSAGLIO: soluzione



IL BERSAGLIO: spunti didattici Inventiamone un altro!

Si può passare da una casella a un'altra solo se le due caselle sono confinanti e il numero contenuto nella prima casella è minore del numero contenuto nella seconda casella





GRAZIE PER L'ATTENZIONE!